

Carrera: Licenciatura en Economía

BURBUJAS RACIONALES EN EL MERCADO DE VALORES ARGENTINO

Trabajo de Investigación

POR

Alberto César Tomelín

Profesor Tutor

Lic. Enrique Fernando Zabos

INDICE

| CAPÍTULO I – MARCO TEÓRICO | 6 |
|--|----|
| | |
| 1. Literatura empírica internacional | 6 |
| 2. Modelo teórico | 9 |
| 2.1. Definición de una burbuja especulativa | 9 |
| 2.2. Principales modelos usados en la literatura | 12 |
| 1. Valuación de precios y burbujas | 12 |
| 2. Modelo de Blanchard y Watson | 15 |
| 3. Burbuja intrínseca | 16 |
| 4. Modas o fads | 17 |
| 5. Burbuja como una variable no observada | 18 |
| 2.3. Test para detectar la presencia de burbujas | 19 |
| 1. Burbuja explosiva | 19 |
| 2. Burbujas que estallan periódicamente | 21 |
| 3. Burbuja intrínseca (test de ratio precio-dividendo) | 25 |
| 4. Test de cotas de varianza | 26 |
| 5. Test de 2 etapas de West | 28 |
| CAPÍTULO II – ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS | 30 |
| 1. Modelo | 30 |
| 2. Datos | 31 |
| 3. Pruebas de auto correlación parcial | 33 |
| 4. Pruebas de raíces unitarias en los dividendos | 35 |
| 5. Pruebas de raíces unitarias en los precios. | 36 |
| 6. Pruebas de cointegración Engle-Granger | 37 |
| 7. Observaciones adicionales | 38 |
| Conclusiones | 40 |

| Referencias bibliográficas | 41 |
|-------------------------------------|----|
| Anexos | 44 |
| Anexo A. Índice Merval y dividendos | 44 |
| Anexo B. Anexo econométrico. | 47 |

Introducción

Desde el surgimiento de los mercados de valores, han existido periodos con importante aumento en los precios de sus activos, que luego se han atribuido a la presencia de burbujas especulativas. Entre los más conocidos se encuentran la manía de los tulipanes en Holanda a principios del siglo XVII, donde un bulbo de tulipán llegó a valer 24 toneladas de trigo, la ola especulativa en Wall Street que terminó en el "crash" de 1929, la burbuja tecnológica en el Nasdaq que estalló a principios de siglo.

Estos acontecimientos motivan a deliberar sobre la racionalidad de los precios de los títulos que se negocian en los mercados. Bajo la hipótesis de mercados eficientes, los precios de las acciones varían solamente si los inversores reaccionan a la nueva información relacionada con los fundamentos. Esto significa que los precios siguen una martingala y que cualquier desvió sistemático en relación al valor fundamental debe ser considerado una burbuja.

Si existe una burbuja especulativa, el precio de mercado tendrá dos componentes: el precio racional o valor fundamental y la burbuja especulativa. Las razones por las cuales se paga un precio mayor al racional van desde la creencia que existirá un "tonto más grande" que comprará ese activo en el futuro, excesos de confianza o simplemente por un comportamiento de manada de los agentes involucrados.

Las burbujas en los precios de los activos pueden ser relevantes en economías emergentes porque pueden acarrear efectos colaterales (como apreciación de su moneda) y potencial reversibilidad. Una burbuja puntual en los precios de las acciones puede terminar acarreando excesiva inversión en capital y euforia seguida de "crash" y recesión. Muchos de los comienzos de crisis económicas o financieras estuvieron históricamente asociados a la formación de burbujas en los precios de los activos, como bien enseña la reciente burbuja en las propiedades inmobiliarias de Estados Unidos.

El objetivo de este trabajo consiste en recopilar los diferentes modelos y pruebas utilizadas en la literatura para la detección de burbujas especulativas en los precios de mercado, para luego, siguiendo la metodología propuesta por Diba y Grossman (1988), realizar contrastes de raíces unitarias y cointegración para encontrar dichas burbujas en el Merval. Se destacan en este trabajo dos aportes de interés. En primer lugar, se trata del primer estudio empírico para el mercado bursátil argentino sobre

la existencia de burbujas especulativas utilizando las variables de precios y dividendos con la metodología anteriormente descrita. En segundo lugar, el periodo muestral considerado es uno de los más interesantes a la hora de abordar un estudio sobre burbujas especulativas al estar este caracterizado por un importante crecimiento.

En el capítulo I se realizará un repaso por la literatura, se presentará el modelo teórico de la burbuja racional y los distintos test que existen para contrastarla. En el capítulo 2 se describirán los datos y se explicarán los resultados obtenidos.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

1. LITERATURA EMPÍRICA INTERNACIONAL

La investigación desarrollada en torno a la presencia de burbujas sobre los precios de los activos financieros no es algo que haya surgido recientemente; de hecho, es bastante amplia y extensiva. Alexander Vásquez y María Andrea Trujillo Dávila (2008) clasifican a estas investigaciones en dos grupos: de corte experimental y de corte empírico.

Dentro del primer grupo la mayoría de las investigaciones intentan explicar la presencia de burbujas causadas por *traders* inexpertos. De esta forma, un trabajo pionero fue el de Smith, Suchanek y Williams (1988) donde sus resultados de laboratorio mostraron que las burbujas tienden a ocurrir con *traders* inexpertos y no con *traders* expertos que han participado varias veces en el mismo mercados. Duffy y Ünver (2006) llegaron a una conclusión similar, pero estos autores usaron una población de agentes adaptativos artificiales en vez de seres humanos remunerados. Discrepan con estas conclusiones, Dufwenber, Lindqvist y Moore (2005), quienes aseveran que en el mundo real no existen un gran número de *traders* inexpertos para generar tales burbujas, es más, sus resultados muestran que las burbujas tienden a ser abatidas, o incluso eliminadas, sin importar la relación entre *traders* expertos e inexpertos.

En los experimentos de laboratorio también se intentó explicar el surgimiento de las burbujas por medio de la especulación y la falta de información. Según Lei, Noussair y Plott (2001) la incertidumbre generada al desconocer el nivel de racionalidad de los demás participantes los lleva a suponer que el precio del mercado puede desviarse del valor fundamental y a buscar oportunidades de ganancias futuras; lo cual genera una burbuja. Esto los llevó a afirmar que el comportamiento de los agentes en sí mismo exhibe elementos de irracionalidad, lo cual forma las burbujas sobre los precios de los activos.

Es importante mencionar que estas investigaciones presentan ciertas desventajas. Miller (2002) afirma que los mercados usados en estos experimentos son incompletos, ya que no incluyen mercados de futuros. Esto priva a los *traders* diseñados de la información que proveen estos mercados. El autor sugiere que la inclusión de un mercado de futuros mitiga la formación de burbujas.

Con respecto a las investigaciones de corte empírico, usando la evolución histórica de los precios fundamentalmente ha habido tres aproximaciones para contrastar la existencia de burbujas especulativas. La primera consiste en encontrar un exceso de retorno, ya que el inversor espera recibir una prima al riesgo "extra" por mantener en cartera un activo que posee una burbuja. Aportes de este tipo se pueden encontrar en Hardouvelis (1988), Rappoport y White (1993), Schwartz y Moon (2000), Katsaris (2003) y Pastor y Varonesi (2004), entre otros. El segundo método consiste en examinar la varianza de la acción en el mercado, ya que si una burbuja especulativa está presente, la varianza del precio de la acción va a ser mayor que la varianza de su precio fundamental. Shiller (1981) fue el primero en contrastar el exceso de volatilidad en los precios usando el índice Standard & Poor's. Entre otros trabajos se encuentran West (1987), Dezhbakhsh y Demirguc-Kunt (1990) y para Argentina Martin Rossi (2000). Por último, la tercera aproximación consiste en contrastes de estacionariedad y cointegración entre los precios y dividendos. Esta prueba fue propuesta por Diba y Grossman (1988) y no se necesita una ecuación que relacione los precios con los dividendos. La idea es simple: si no hay burbujas racionales especulativas, y si los dividendos son estacionarios en su media, entonces los precios serán estacionarios. Sin embargo, incluso si los dividendos y los precios son no estacionarios, y si están cointegrados, entonces se descarta la hipótesis de una burbuja. Otro resultado implica la existencia de burbujas especulativas.

Esta última aproximación no está libre de críticas. Evans (1991) discrepa que la imposibilidad de rechazar la hipótesis de estacionalidad-cointegración sea una prueba de ausencia de burbuja. El autor demuestra mediante la generación de procesos simulados, en los que incluye determinadas burbujas racionales, que los contrastes de integración y estacionariedad son incapaces de detectarlas.

En la tabla N°1 se procederá a realizar una breve descripción de los distintos antecedentes del tema, donde los investigadores generalmente llegar a resultados similares.

Tabla N° 1 - Antecedentes del tema

| Año | Investigador | Mercado/País | Tipo de burbuja contrastada | Resultados y observaciones |
|------|-----------------------|----------------|-----------------------------------|--|
| 1982 | Blanchard y Watson | Estados Unidos | Explosiva | Posible existencia de burbujas debido a la diferente volatilidad del precio de las acciones entre 1871 a 1979. |
| 1988 | Diba y Grossman | Estados Unidos | Explosiva | Ausencia de burbuja. Precios y dividendos resultaron cointegrados |

| 1990 | Raúl Feliz | México | Explosiva | Los resultados rechazan fuertemente la hipótesis de burbujas racionales en el precio de las acciones. | |
|------|-------------------------------|---|------------------------|---|--|
| 2000 | Martín Rossi | Argentina | Explosiva | Existen múltiples ineficiencias en el Merval durante la década de los noventa. | |
| 2003 | Katsaris | Londres | Explosiva | Encontraron una burbuja especulativa en la Bolsa de Valores de Londres durante la década de los noventa. | |
| 2003 | Sarno y Taylor | Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Venezuela | Explosiva | Encontraron evidencia significativa de burbujas explosivas en todos los mercados examinados. | |
| 2004 | Capelle,Blancard y Raymond | Francia, Alemania, Japón, el Reino Unido y Estados Unidos | Explosiva | No pudieron descartar la existencia de burbujas al confirmar una desconexión entre los dividendos y los precios para los países estudiados entre 1973 y 2002. | |
| 2004 | Ma y Kansas | Estados Unidos | Intrínseca | Fuerte evidencia a favor de burbujas intrínsecas. | |
| 2004 | Bohl y Siklos | Estados Unidos | Explosión periódica | En el corto plazo, los precios presentan grandes y persistente burbujas seguidas de explosiones. En el largo plazo, sin embargo, existe sustento empírico para el modelo de valor presente. | |
| 2006 | Mokhtar, Nassir y Hassan | Malasia | Explosiva | Su estudio reveló la existencia de burbujas especulativas entre 1994 y 2003. | |
| 2006 | Eduardo Acosta Gonzales | España | Explosiva | Rechaza la hipótesis de burbuja especulativa racional. | |
| 2006 | Diego Alonso Agudelo Rueda | Colombia | Explosiva | Se evidencia presencia de una burbuja especulativa de precios desde inicios de 2004 hasta julio de 2006. | |

| 2009 | | | Explosiva, | Analizaron desde 1994 a 2006. | | |
|------|-----------------------------|--------|-------------|--|-----------------------------------|--|
| | Nunes y Da Silva | Brasil | | | Encontraron presencia de burbujas | |
| | | | Explosión | que estallan periódicamente y | | |
| | | | periódica e | explosivas. Sugieren ausencia de | | |
| | | | intrínseca | bolas intrínsecas | | |
| 2010 | Jorge Andrés Ríos Concha | | Explosiva | No se encontró indicio de burbuja especulativa durante el período 2005-2007. | | |

2. MODELO TEÓRICO

2.1. Definición de una burbuja especulativa

Abolafia y Kilduff (1988) consideran que una burbuja especulativa se define como la desviación de una acción de su valor intrínseco que ha llevado a remover el fenómeno de su contexto social y organizacional. En contraste, enfatizan que la burbuja especulativa es un proceso de conflicto entre varias coaliciones tratando de influenciar en el alza y caída del precio de un activo. Este conflicto es llevado a cabo en un contexto de reglas, roles y estructuras de control rutinizadas. En este contexto la burbuja se puede desarrollar, y dependiendo de su fragilidad pueden estallar cayendo los precios significativamente. Esta serie de eventos son frecuentemente el inicio de los desastres financieros que terminan afectando al sector real.

El economista Hyman P. Minsky (*The Modeling of Financial Instability*, 1974) explicó el fenómeno de las burbujas financieras según el comportamiento de los inversores clasificándolo en siete etapas:

Fase 1 – *Displacement* (surgimiento de alguna circunstancia desencadenante): toda crisis financiera comienza con alguna perturbación: puede ser un nuevo invento, una política económica importante. Sea lo que sea, las condiciones cambian para un sector de la economía.

Fase 2 – *Prices start to increase* (suba de precios): los precios en el sector empiezan a subir. Algunas veces, ese incremento es desapercibido, otras veces, estos precios más altos reflejan una mejora en los indicadores económicos.

Fase 3 – *Easy credit* (crédito fácil): El aumento de precios es condición necesaria pero no suficiente dado que si no se facilita la compra mediante el crédito fácil y barato, la fase anterior se ahoga por su propio crecimiento en el precio. Este crédito barato impulsa a que más agentes entren en el sistema.

Fase 4 – *Over-trading* (hiperactividad del mercado): como consecuencia del crédito fácil el mercado comienza a recalentarse. El recalentamiento estimula los volúmenes y aparecen las escaseces. Los precios comienzan a acelerarse, y se recogen beneficios fáciles. Más agentes externos son atraídos y los precios se desbocan.

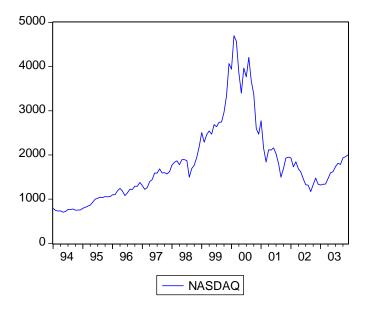
Fase 5 – *Euphoria* (euforia): en esta fase los más escépticos reconocerán la existencia de la burbuja y lanzarán la voz de alarma. La división de los agentes es latente pero se suelen acallar las voces discrepantes en todos los casos, dado que se siguen recogiendo beneficios. Sin embargo, el crecimiento en los precios puede comenzar a debilitarse.

Fase 6 – *Insider profit taking* (los expertos recogen beneficios): Una burbuja necesita que todos sean optimistas y mientras esta euforia continúe, la burbuja se mantiene. Sin embargo, al tiempo que la locura se apodera de los agentes, los *traders* expertos recuerdan el pasado. Pierden su fe y comienzan a asustarse. Conocen su mercado, y saben que todo ha ido demasiado lejos. Los expertos comienzan a vender. Este evento es el principio del fin.

Fase 7 - Revulsi'on (estallido): La toma anterior de beneficios por parte de los expertos se contagia generando el colapso del mercado. Dejan de existir compradores, los precios comienzan a caer y nadie identifica exactamente dónde acabará el descenso y caída de precios.

Una forma más visible de representar la definición de burbuja especulativa mencionada anteriormente es por medio de gráfico N° 1. En la misma se muestra el índice Nasdaq, caracterizado por incluir empresas de alta tecnología en electrónica, informática, telecomunicaciones, biotecnología, etc. Este mercado evidenció un alto crecimiento a partir del 1998, impulsado por empresas vinculadas a Internet y a la llamada nueva economía. Sin embargo, a mediados del 2000 la denominada "burbuja.com" estalló marcando una suave pero larga recesión en las naciones occidentales.

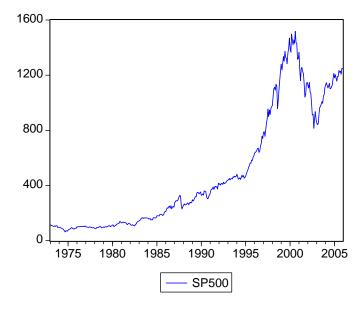
Gráfico N°1: Índice Nasdaq, período 1994-2003



Fuente: Yahoo Finance.

En el gráfico N° 2 se observa el índice S&P 500 el cual comprende las 500 empresas más grandes de Estados Unidos. A finales del siglo este mercado evidenció una fuerte burbuja. Fácilmente se puede observar cómo los precios se desvían fuertemente de su tendencia histórica.

Gráfico N° 2: Índice S&P 500, período 1973-2006



Fuente: Yahoo Finance.

En la actualidad no existe un consenso definido para afirmar en qué punto de la burbuja se encuentra cierto mercado y mucho menos predecir su futuro con cierto grado de éxito. Uno se encuentra con una gran diversidad de modelos y pruebas que, por medio de diferentes suposiciones contrastan la presencia de dichas burbujas. Por otro lado, este tema provee material para otro tipo de investigaciones relacionadas como la presencia de riesgo moral, donde los agentes saben con anticipación que van a ser rescatados por algún prestamista de última instancia sin importar su conducta. Estas cuestiones han creado discusiones recientemente sobre la necesidad de intervención de los organismos públicos, antes o después del estallido de estas.

2.2. Principales modelos usados en la literatura

2.2.1. Valuación de precios y burbujas

El típico problema de maximización de utilidad del consumidor puede ser usado para derivar la relación de precios de los activos, asumiendo condiciones de no arbitraje y expectativas racionales, dos de los supuestos básicos utilizados en finanzas. Por simplicidad, la utilidad esperada depende del consumo, la cual es maximizada en el marco de una economía de intercambio puro.

$$\max\left(E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i u(c_{t+i})\right) \tag{1}$$

Sujeto a:

$$c_{t+i} = y_{t+i} + (P_{t+i} + D_{t+i})x_{t+i} - P_{t+i}x_{t+i+1}$$
(2)

Donde, y_t son las dotaciones iniciales; β es la tasa de descuento del consumo futuro; x_t es el stock de acciones; P_t es el precio de la acción después de la distribución de los dividendos; y D_t es el propio dividendo. La condición de primer orden de este problema es:

$$E_t(\beta u'(c_{t+i})(P_{t+i} + D_{t+i})) = E_t(u'(c_{t+i+1})P_{t+i-1})$$
(3)

Para propósitos de valoración de activos, generalmente se asume explícita o implícitamente que la utilidad es linear, lo cual implica una utilidad marginal constante y que el consumidor sea neutro al riesgo. Bajo estos supuestos la ecuación (3) se transforma en:

$$\beta \times E_t(P_{t+i} + D_{t+i}) = E_t(P_{t+i-1}) \tag{4}$$

Se supone la existencia de un activo sin riesgo y la tasa de interés aplicable solo para un período, la condición de no arbitraje¹ implica:

$$E_t(P_{t+i-1}) = \frac{1}{1+r} E_t(P_{t+i} + D_{t+i})$$
(5)

Donde r es la tasa de interés para un período. Esta ecuación en diferencias de primer grado es el punto de partida para la mayoría de los modelos de valoración de acciones. Se itera hacia adelante y se encuentra la solución:

$$P_{t} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{i} E_{t}(D_{t+i}) + B_{t}$$
 (6)

Donde

$$E_t(B_{t+i}) = (1+r)B_t (7)$$

Por lo tanto, el precio de la acción posee dos componentes:

- (1) El relativo a los fundamentos del mercado, que es el valor descontado de los dividendos futuros esperados (primer término a la derecha de la igualdad en la ecuación 6; y
- (2) El relativo a la burbuja, B_t (segundo término) en la ecuación 6.

La burbuja es racional porque no es causada por ningún error de apreciación, ella es simplemente uno de los componentes del precio de la acción. A pesar de la posibilidad de burbuja, la ecuación 7 muestra que no existe oportunidad de arbitraje. Simplemente el valor esperado para la burbuja en la fecha siguiente es el valor futuro de la burbuja en el período actual.

Si los dividendos crecen más lentamente que r, el componte relativo a los fundamentos en el precio irá a converger. Sin embargo, el componente de la burbuja no es estacionario. Si los agentes creen que pueden vender la acción en un precio más alto en una fecha futura, el precio de la acción puede exceder el valor fundamental.

13

David Ceballo Hornero (2000) define al arbitraje como situaciones donde es posible un beneficio seguro por incoherencia entre las relaciones de precios (relaciones de desigualdad) que cotizan en los mercados

La ecuación 7 impone una restricción al movimiento de burbuja, pero es compatible con una trayectoria diferente para cada valor inicial posible de ella. La trayectoria del precio de la acción no es única. Para que lo sea, es necesaria una suposición adicional en relación a B_t . Una posible suposición es fijar $B_t = 0$, lo cual implica que el valor de la burbuja es cero en todos los períodos. Esta es la solución fundamental que crea la base del enfoque del modelo de mercado de valor presente neto.

Resulta necesario detallar explícitamente los supuestos considerados en el modelo de valor presente neto además del relacionado a la ausencia de burbujas:

- No hay información asimétrica. Los movimientos en los precios no son amplificados o impulsados por agentes que tratan de extraer información de los precios.
- 2. El agente representativo es neutral al riesgo. Un corolario de esta suposición es que no existen primas al riesgo. Esto, obviamente excluye variables de tiempo como una explicación a la cantidad de riesgo asumida.
- 3. La tasa de descuento es constante al valor r.
- 4. El proceso que genera los dividendos es invariable, es decir, no se espera que cambie. Aunque este no es un supuesto acerca del modelo en sí, es un supuesto comúnmente utilizado en los test econométricos que derivan de este modelo. Muchos de ellos necesitan generar una serie de dividendos esperados o estimados basados en la historia. Este procedimiento sólo es válido si el proceso que genera a los dividendos no se espera que cambie en el futuro.

Como se mencionó anteriormente, el modelo de valor presente es un caso especial de un modelo más general que sí permite burbujas. En modelos con horizonte infinito la inexistencia de burbujas es justificada mediante una condición de tranversabilidad. Como el precio actual de una acción hoy es la suma del valor actual neto de los dividendos esperados y del valor de reventa esperado, por ejemplo:

$$P_{t} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{i} E_{t}(D_{t+i}) + \lim_{i=\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{i} P_{t+i}$$
 (8)

Se impone la condición de transversabilidad para convertir en cero el segundo término de la derecha de la igualdad en la ecuación 8. La condición de transversabilidad se justifica de la siguiente manera: Si existe una burbuja positiva, el agente con vida infinita puede, tarde o temprano, vender la acción. La pérdida de utilidad resultante del valor descontado del flujo de los dividendos será menor que el valor de la venta. Este precio de venta no puede ser de equilibrio porque todos los agentes venderán la acción haciendo que el precio caiga hasta el valor fundamental. Tirole (1982) argumenta que las

burbujas pueden ser descartadas en modelos con vida infinita y expectativas racionales. Aunque el mismo autor (1985) sostiene que pueden existir burbujas en modelos con generaciones traslapadas.

En resumen, la burbuja es racional porque no se debe a cualquier error de apreciación; más bien, ella es uno de los componentes del precio de la acción. El modelo de valor presente, comúnmente utilizado en finanzas, deriva de la imposición de la condición de transversabilidad que convierte en cero el componente referente a la burbuja.

2.2.2. Modelo de Blanchard y Watson

El modelo pionero de la burbuja racional fue el de Blanchard (1979). En este modelo, las burbujas son provocadas por expectativas adaptativas. Agentes con expectativas racionales no cometen errores sistemáticos y, por lo tanto, la relación positiva entre el precio corriente y su variación futura esperada implica una relación igualmente positiva entre el precio corriente y su variación observada. Es en este sentido que las expectativas son adaptativas: direccionando el precio corriente en el sentido de las expectativas, de manera independiente de los fundamentos. Cualquier desalineamiento puede ser explicado por reacciones racionales a las restricciones existentes en el mundo real.

Bajo una serie de supuestos como tasa de interés constante, que los agentes posean neutralidad al riesgo, misma información y libertad para vender en el plazo que deseen, el precio fundamental debería tener la siguiente forma:

$$P_{t}^{*} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j+1} E(x_{t+j} | \Omega_{t})$$
(9)

Donde x_{t+j} se puede interretar como los dividendos y Ω_t es el conjunto de información. El precio de mercado se define como:

$$P_{t} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j+1} E(x_{t+j} | \Omega_{t}) + c_{t} = P_{t}^{*} + c_{t}$$
(10)

Así entonces el precio de mercado se puede desviar del precio fundamental P_t^* tras el componente c_t que representaría entonces a la burbuja. Esta burbuja podría ser del tipo determinística o también podría ser estocástica, este segundo caso se basa en que existe una probabilidad π que la

burbuja se mantenga, o colapse con una probabilidad $1 - \pi$. La probabilidad que una burbuja estalle podría estar en función de cuanto ha durado la burbuja o de cuan desviado se encuentre el precio de sus fundamentos.

2.2.3. Burbuja intrínseca

Froot y Obstelf (1991) observaron que, cuando una burbuja no se correlaciona con los fundamentos, ella crece exógenamente a una tasa esperada (1 + r) por período, ya que no hay oportunidad de arbitraje. Por lo tanto, la burbuja y los fundamentos divergen a una tasa explosiva. Sin embargo, si se correlaciona con los fundamentos, la burbuja puede surgir igualmente sin la presencia de factores externos. Esta "burbuja intrínseca" será función no linear de los dividendos corrientes y representa una reacción excesiva del precio de la acción en relación a las variaciones de los dividendos. Se parte de la condición que el precio corriente de la acción se igualaría al valor presente descontado de los pagos de dividendos, más el precio de la acción del periodo siguiente (todos en términos reales), i.e.

$$P_t = e^{-r} E_t (D_t + P_{t+1}) (11)$$

La burbuja racional sería dada por

$$B_t = e^{-r} E_t(B_{t+1}) (12)$$

Del mismo modo que en (7). Note que la ecuación 11 es una variante de (5), con la tasa de descuento r constante, el precio P_t siendo el del inicio del periodo, y el dividendo D_t siendo aquel pago al final del período. El logaritmo de los dividendos seguiría un paseo aleatorio con drift μ , por ejemplo:

$$d_{t+1} = \mu + d_t + \varepsilon_{t+1} \tag{13}$$

Donde $\varepsilon_{t+1} \sim N(0, \sigma^2)$. La burbuja intrínseca, que es función no linear de los dividendos, satisface la ecuación:

$$B(D_t) = cD_t^{\lambda} \tag{14}$$

Aquí, el parámetro λ es la raíz positiva de la ecuación cuadrática

$$\frac{\sigma^2}{2}\lambda^2 + \mu\lambda - r = 0\tag{15}$$

Donde $B(D_t)$ representa la burbuja, y c es una constante arbitraria. El precio compatible con el modelo de valor presente P_t^f seria proporcional a los dividendos

$$P_t^f = \kappa D_t \tag{16}$$

Donde:

$$\kappa = \left(e^r - e^{\left(\mu + \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\right)}\right)^{-1} \tag{17}$$

Aquí, μ y σ^2 representa la media y la varianza estimadas a partir de la ecuación 13. Como el precio de la acción incorpora tanto el compatible con el valor presente como el componente relacionado con la burbuja, se tiene que:

$$P_t = \kappa D_t + c D_t^{\lambda} \tag{18}$$

Una burbuja de este tipo implica que los precios de las acciones son mucho más sensibles a las innovaciones de los dividendos, por lo cual el precio final se desviaría desde los fundamentos a una tasa explosiva.

2.2.4. Modas o fads

Un cuarto modelo que explica la existencia de burbujas, es decir la desviación del precio desde sus fundamentos, es el que se puede conocer como las modas o fads. Este modelo propuesto por Summers (1986) es una alternativa diferente a la ideada por Blanchard y Watson (1982). Los modelos tradicionales de mercados financieros eficientes implican que los precios de las acciones no son estacionarios y los retornos no son predecibles. Schaller y Van Norden (2002) guiándose en el modelo de Summers afirman que si hay fads en los mercados de acciones se pueden observar oscilaciones temporales largas de los precios que pueden ser modelados como un componente en precios estacionario que decae lentamente. La decadencia en el tiempo del componente transitorio lleva a una reversión a la media en los precios de las acciones (con reversión a la media se refiere a la tendencia

de una variable aleatoria de retornar a su valor medio a largo plazo). El siguiente modelo usado tanto en Fama y French (1988) como en Cutler, Poterba, y Summers (1991) captura esta idea de fads:

$$p_t = p_t^* + e_t \tag{19}$$

$$p_t^* = p_{t-1}^* + \varepsilon_t \tag{20}$$

Donde p_t es el logaritmo del precio de la acción en el periodo t, p_t^* es el componente no estacionario del logaritmo del precio que se puede definir como el precio fundamental, y ε_t es el ruido blanco. El componente estacionario se representa entonces por e_t .

$$e_t = \rho_u e_{t-1} + \nu_t \tag{21}$$

Luego el modelo puede ser caracterizado como una situación en donde $\sigma_e^2 > 0$ y $p_e^2 > 0$, donde σ_e^2 es la varianza de e_t . El componente estacionario e_t en el precio de la acción implica que los rendimientos serán predecibles.

2.2.5. Burbuja como una variable no observada

Los modelos descriptos anteriormente estudian muy poco la estructura y el proceso de burbuja en sí. De hecho, muchos consisten en comparar el modelo de valor presente en contra de una alternativa no especificada, que se interpreta como una burbuja.

Estas modelos no definen una serie de tiempo con los componente de la burbuja, por lo que es difícil evaluar si las propiedades implícitas de la burbuja son razonables o no. Wu (1997) especifica a la burbuja como "una desviación del modelo del valor actual" y mediante esta interpretación presenta sus valores estimados de la burbuja.

Su artículo especifica el mismo modelo del valor actual definido en la sección 2.3.1,bajo el supuesto que los dividendos siguen un proceso autorregresivo y estima la burbuja como una variable no observable bajo la condición de no arbitraje usando un filtro Kalman². El autor encuentra que la burbuja explica una gran parte del movimiento de precios de las acciones, sin embargo, su burbuja estimada es generalmente negativa. Esto se contradice con una de las pocas predicciones teóricas

²El filtro de Kalman es un algoritmo de procesado de datos óptimo recursivo. Es óptimo porque minimiza un criterio determinado y porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado. Recursivo significa que no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas de procesado en tiempo real. Por último, es un algoritmo de procesado de datos, ya que es un filtro, pensado para sistemas discretos.

sobre las burbujas, que sostiene que en caso de existir, nunca puede ser negativa. Así, el proceso de Wu claramente posee una falla en alguna de sus especificaciones.

2.3. Tests para detectar la presencia de burbujas

2.3.1. Burbuja explosiva

Diba y Grossman (1987, 1988a) observaron que una burbuja racional no puede auto-iniciarse, por lo que si existe hoy, debería haber existido siempre. Este razonamiento se sustenta en la condición de no arbitraje y la imposibilidad que existan precios negativos. La falta de oportunidades de arbitraje implica que no existen retornos excesivos por mantener el activo que posee una burbuja. Por ejemplo;

$$E_t(B_{t+1}) - (1+r)B_t = 0 (22)$$

Cualquier valor diferente de cero para B_t comprobará la existencia de una burbuja racional. La solución de la ecuación 23es una ecuación en diferencia estocástica del tipo:

$$B_{t+i} - (1+r)B_t = Z_{t+1} (23)$$

Con

$$E_t(z_{t+i}) = 0 \quad \forall i \ge 1 \tag{24}$$

Donde z_{t+1} es una variable aleatoria (o una combinación de variables) generada por un proceso estocástico que satisface (24).Si B_t igual a cero, la burbuja comenzará en la próxima realización diferente a cero de z_t . Si la realización es un número negativo, la burbuja será negativa y su expectativa será cada vez mayor (en valor absoluto) de acuerdo con su senda de movimiento. Esto implica que el precio de la acción será negativo en algún momento, lo cual es imposible. Si la realización esperada de z_t no puede ser negativa cuando el componente de la burbuja es cero, tampoco puede ser positiva, es decir, tiene que ser cero para cumplir con la condición de no arbitraje. Por lo tanto, cuando B_t es cero, todas las futuras realizaciones de z_t deben ser cero y la burbuja no puede comenzar. Dado este argumento, los autores concluyen que, si existe burbuja, ella necesita haber existido desde el primer día de transacción (Diba y Grossman, 1987, 1988b).

Aunque el precio fundamental no sea observado, el test sugerido por Diba y Grossman (1988a) muestra que los desvíos de los fundamentos no observados pueden, ellos mismos, ser observado si exista una burbuja. El precio fundamental de mercado P_t^f será dado por:

$$P_t^f = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i E_t(D_{t+i} + \sigma_t)$$
 (25)

Donde D_{t+i} representa los dividendos futuros esperados y σ_t son los fundamentos no observados. Bajo el supuesto que σ_t no es más no estacionario que D_t (si los dividendos son estacionarios luego de diferenciarse dos veces, por ejemplo, σ_t se asume que será estacionario cuando se lo diferencie como máximo dos veces también), el precio fundamental del mercado será tan estacionario como los dividendos. En ausencia de burbuja, si los dividendos fueran estacionarios en nivel, el precio de la acción será igual al valor fundamental y, por lo tanto, también deberá ser estacionario en nivel. Si los dividendos fueran estacionarios en la enésima diferencia, el precio de la acción deberá ser estacionario en la enésima diferencia.

Esta relación se rompe cuando existe una burbuja, lo cual provee una intuitiva prueba para detectarla. La enésima diferencia de la burbuja dada la ecuación 23será dada por

$$(1-L)^n B_t (1-(1+r)L) = (1-L)^n Z_t$$
(26)

Donde L es el operador de desfasaje. Si z_t fuera un ruido blanco, la primera diferencia será generada por un proceso no estacionario y no invertible. De hecho, la trayectoria de la burbuja será no estacionaria, sin importar cuantas diferencias sean consideradas.

Por lo tanto, la existencia de burbuja se puede verificar si el precio de la acción permanece estacionario después de tomadas las diferencias el número suficiente de veces para tornar los dividendos estacionarios. También se observa que, aunque los dividendos y los precios de las acciones son integradas de orden uno, la ecuación 25 plantea una relación de equilibrio entre estas dos series. Se supone que σ_t sea estacionario, bajo la hipótesis nula de ausencia de burbuja, el precio de la acción y los dividendos necesitan ser cointegrados. Esto significa que $P_t - \frac{1}{r}D_t$ es estacionario en la ausencia de burbuja explosiva. Hay que tener en cuenta que la suposición hecha acerca de los fundamentos no observados es más estricta en esta ocasión, ellos deben ser estacionarios en niveles mientras los dividendos sólo necesitan ser estacionarios en diferencias.

En este caso no es necesario especificar una ecuación que relacione los precios con los dividendos. La idea que subyace en estos contrastes es la siguiente: Si la expectativa de los dividendos futuros es la variable fundamental que determina el nivel de los precios, en el caso que los precios sean no estacionarios, deberá existir una relación a largo plazo entre estas variables ante la ausencia de burbuja especulativa racional, con lo que los precios y los dividendos deberán estar cointegrados.

Además, la presencia de una burbuja especulativa en los precios hará que estos y sus primeras diferencias sean no estacionarios.

De esta manera, siguiendo a Diba y Grossman (1988), una vez estudiada la estacionariedad de los dividendos, por medio de pruebas de raíces unitarias como Dickey-Fuller, habrá dos circunstancias en las que el mercado no tendrá burbuja especulativa:

- (1) Si los dividendos y los precios son estacionarios, y
- (2) si los dividendos y los precios no son estacionarios, pero están cointegrados.

Otro resultado implicará la existencia de burbujas especulativas en el mercado, salvo en el caso que, además de los dividendos, existan otras variables fundamentales no observables que afecten a los precios. Estos autores encontraron que tanto los precios como los dividendos eran no estacionarios, sin embargo al estar cointegrados rechazan la existencia de burbujas en el índice S&P 500 para el mercado estadounidense.

2.3.2. Burbujas que estallan periódicamente

Como se mencionó anteriormente, Evans (1991) no coincide con Diba y Grossman y su hipótesis acerca de rechazar la existencia de burbujas por medio de pruebas de estacionalidad y cointegración. Para él es posible que la burbuja estalle para un valor pequeño, pero diferente de cero, después continuar creciendo sin violar la ecuación 7. Estas burbujas que estallan periódicamente son descriptas como:

$$\begin{split} B_{t+i} &= (1+r)B_t v_{t+1} \quad \text{ si } B_t \leq \alpha \\ B_{t+i} &= (\delta + \pi^{-1}(1+r)\theta_{t+1})(B_t - (1+r)^{-1}\delta)v_{t+1} \quad \text{ si } B_t > \alpha \end{split} \tag{27}$$

Donde $E_t(u_{t+1}) = 1$, θ_{t+1} es una variable exógena i.i.d que sigue un proceso de Bernoulli, y que presenta el valor de 1 con probabilidad de π , y de 0 con probabilidad $1 - \pi$. El proceso (27) satisface (7) y, para valores pequeños de B_t , la burbuja crece lentamente a la tasa media 1 + r. Ultrapasado el valor límite α , la burbuja se expande rápidamente pudiendo explotar con probabilidad $1 - \pi$. Después del estallido, el valor de la burbuja no retorna a cero, pero si lo hace a un pequeño valor medio δ después de lo cual el proceso se reinicia. En este caso, la burbuja no es del tipo que estudian Diba y Grossman ya que la burbuja nunca "reinicia"; sólo se convierte discretamente más pequeña.

Evans generó datos por medio del método de Monte Carlo para un modelo con burbujas y utiliza la prueba de Diba y Grossman para detectarlas. Para un valor de π cercano a la unidad, el autor encuentra que la prueba es capaz de detectar las burbujas. Luego, él usa valores menores de π , así es más probable que la burbuja colapse periódicamente. En este caso, incluso para valores de π tan altos como 0,95 la potencia del test disminuye: fallando al rechazar la hipótesis de ausencia de burbuja más frecuentemente. Para valores de π menores a 0,75 la prueba de Diba y Grossman casi nunca detecta burbujas.

Las pruebas de raíz unitaria tienen dificultades detectando burbujas que colapsan esporádicamente porque estas se comportan más como procesos estacionarios que explosivos como consecuencia de los derrumbes periódicos involucrados. Esto, por supuesto, no es esperable para detectar la burbuja por medio de la prueba de Diba y Grossman. Como se señaló anteriormente, rechazar la hipótesis de ausencia de burbujas con esta prueba puede deberse a la variación en el tiempo de algún otro componente del modelo de valor presente (σ_t de la ecuación 25) generando no estacionariedad en las diferencias de los precios de las acciones. De acuerdo con la investigación de Evans, fallar al rechazar la hipótesis de ausencia de burbuja con esa prueba tampoco significa de manera conclusiva que hay ausencia de burbujas en los datos. Es importante tener en cuenta que Evans no contrasta la existencia de burbujas en los precios de las acciones, solo demuestra que las pruebas de raíces unitarias no son suficientes para rechazar tales hipótesis.

Para detectar burbujas que estallan periódicamente los modelos de raíz unitaria y cointegración convencionales pueden no ser apropiados porque suponen una raíz unitaria como hipótesis nula y un proceso linear como hipótesis alternativa, además de que consideren que el ajustamiento es simétrico. Ya la cointegración TAR permite un grado de caída autorregresiva que depende del estado de la variable en estudio. Un modelo M-TAR permite que la variable presente diferentes valores de decaimiento autorregresivo: creciente o decreciente. Así, ese modelo puede capturar la posibilidad de asimetría en el ajuste de corto plazo de los precios de las acciones y de esta forma, puede testar tanto el modelo de valor presente (burbujas explosivas) como el de las burbujas que explotan periódicamente (descritas en la ecuación 27). Enders y Granger (1988) y Enders y Silos (2011) hicieron test con series aleatorias para evaluar el poder del test relativo de los modelos TAR y M-TAR comparándolos con el padrón del modelo Engle-Granger. Ellos encontraron que el modelo M-TAR presenta mejor desempeño que el modelo TAR.

Así, la especificación TAR/M-TAR para detectar una burbuja en el precio de las acciones parte de la relación de cointegración entre el precio de la acción P_t y los dividendos D_t , por ejemplo:

$$P_t = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1} D_t + \widehat{u}_t \tag{28}$$

Donde $\widehat{\beta_0}$ y $\widehat{\beta_1}$ son los parámetros de la ecuación de regresión. Si existen burbujas que estallan periódicamente, el residuo estimado \widehat{u}_t de la regresión de cointegración (28) va a capturar la secuencia de aumentos de precios de la acción seguida de una caída repentina. Este comportamiento particular puede ser expresado como:

$$\Delta \hat{u}_t = I_t p_1 \hat{u}_{t-1} + (1 - I_t) p_2 \hat{u}_{t-1} + \sum_{i=1}^l \gamma_i \, \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$
 (29)

Donde I_t es una función indicadora definida como:

$$I_t = \begin{cases} 1 \sin \hat{u}_{t-1} \ge \tau \\ 0 \sin \hat{u}_{t-1} < \tau \end{cases} \tag{30}$$

Donde τ es el valor de umbral. El modelo TAR considera como hipótesis nula la inexistencia de cointegración, por ejemplo: H_0 : $p_1 = 0$, H_0 : $p_2 = 0$ yH_0 : $p_1 = p_2 = 0$. Si la hipótesis nula de no cointegración fuera rechazada, la hipótesis de ajustamiento simétrico H_0 : $p_1 = p_2$ debe ser testeada utilizándose el estadístico F. En el caso que la hipótesis nula H_0 : $p_1 = p_2 = 0$ no pueda ser rechazada, se puede concluir que la relación de cointegración entre $P_t y$ D_t presenta ajustamiento linear y simétrico.

Petruccelli y Woolford (1984) mostraron que las condiciones necesarias y suficientes para la estacionalidad de $\{\hat{u}_t\}$ son $p_1,p_2<0$ y $(1+p_1)(1+p_2)<1$ para cualquier valor de τ . Si la serie converge, $\hat{\mu}=0$ será el valor de equilibrio de largo plazo de secuencia. Si \hat{u}_{t-1} permanece debajo del equilibrio de largo plazo, el ajuste será dado por $p_2\hat{u}_{t-1}$. Como el ajuste será simétrico cuando $p_1=p_2$, el modelo de cointegración de Engle and Granger (1987) pasa a ser un caso especial del modelo TAR. Un ejemplo de como el modelo TAR puede capturar movimientos abruptos en una secuencia seria: si -1 < p1 < p2 < 0, entonces la fase negativa de la secuencia $\{\hat{u}_t\}$ tenderá a ser más persistente que la fase positiva (Enders y Granger, 1998). Por lo tanto, la presencia de burbujas que estallan periódicamente puede ser capturada a través de la acumulación de las variaciones de \hat{u}_{t-1} arriba del umbral, seguida de caída abrupta en el umbral. Pero la trayectoria de las variaciones de \hat{u}_{t-1} abajo del umbral no muestra señales de erupciones de burbujas seguidas de colapso.

Como ejemplo se puede suponer que $\tau=0$ en (29). Un valor $\hat{u}_{t-1}>0$ será entonces indicativo de aumento en el precio de la acción en relación a los dividendos, seguido de ruptura. Ya una acumulación de reducciones en el precio de la acción en relación a los dividendos $\hat{u}_{t-1}<0$, seguida de súbito aumento de vuelta al camino de equilibro, no sería esperada. Esto muestra asimetría en los desvíos de equilibrio e indica la existencia de una burbuja que estalla periódicamente. Si, además de eso, el coeficiente estimado \widehat{p}_1 fuera estadísticamente significativo, negativo y mayor en

términos absolutos que el parámetro $\widehat{p_2}$, la hipótesis nula de ajuste simétrico H_0 : $p_1 = p_2$ será rechazada (Bohl, 2003).

Las hipótesis nulas del modelo convencional de Engle-Granger y las del modelo TAR son idénticas, pero sus hipótesis alternativas difieren en el caso del rechazo de la hipótesis nula H_0 : $p_1 = p_2$. Testear la hipótesis nula de ausencia de cointegración (contra la alternativa de cointegración con ajustes TAR) permite la detección de burbujas que estallan periódicamente. Al igual que esto sea hecho de modo indirecto en el modelo TAR, esta desventaja es menor que aquellas presentes en los test de raíz unitaria y en los modelos de cointegración convencionales.

En el modelo TAR, la función indicadora considera los niveles de los residuos de la ecuación de cointegración \hat{u}_{t-1} , como se observó anteriormente. Alternativamente, Enders y Granger (1998) y Caner y Hansen (2001) sugieren que el umbral dependa de las variaciones de los residuos del período anterior $\{\Delta \hat{u}_{t-1}\}$. En este caso, la función indicadora debe ser reemplazada por

$$I_{t} = \begin{cases} 1 & si \ \Delta \hat{u}_{t-1} \ge \tau \\ 0 & si \ \Delta \hat{u}_{t-1} < \tau \end{cases}$$
(31)

Las ecuaciones 28,29 y 31 constituyen el M-TAR: ahora la serie exhibe más "impulso" (*momentum*) en una dirección que en otra (Enders y Siklos, 2001).

En principio, el umbral no necesita coincidir con el atractor cero, y τ puede ser estimado en conjunto con p_1 y p_2 . Chan (1993) propone encontrar τ ordenando de forma creciente las series de los residuos estimados, por ejemplo: $\hat{\mu}_1^c < \hat{\mu}_2^c < \cdots < \hat{\mu}_T^c$, donde T es el número de observaciones. Los mayores y menores 15% de valores de $\{\hat{\mu}_T^c\}$ serán, entonces, descartados. Cada uno de los 70% por ciento de los valores restantes pasaría a ser considerado un posible atractor. Para cada uno de estos atractores sería estimada una ecuación, como las 29 y 30. El τ estimado que muestra la menor suma de cuadrados de los residuos será el apropiado.

Si τ fuera desconocido, la inferencia de los valores de p_1 y p_2 juntamente con la imposición de la restricción $p_1 = p_2$ se torna problemática, porque aquí no existe normalidad multivariada asintótica. Sin embargo, Chan y Tong (1998) conjeturan que los modelos TAR y M-TAR consistentes presentan normalidad asintótica en los coeficientes. Enders y Falk (1998) también creen que no ocurre el problema para muestras pequeñas, ya que usan una distribución *bootstrap* para los estadísticos de máxima verosimilitud.

2.3.3. Burbuja intrínseca (test de ratio precio-dividendo)

El test desarrollado por Froot y Obsfeld (1991) funciona para la detección de burbujas intrínsecas mencionado anteriormente, donde este tipo de burbuja debería mostrar una relación no lineal entre precios y dividendos, bajo la hipótesis nula de no burbujas, se dice que los precios deberían ser una función lineal de los dividendos, por lo que el ratio entre precio y dividendos debería ser una constante k.

Para realizar un test de burbujas intrínsecas, Froot y Obstfeld (1991) estimaron los parámetros de una versión estocástica de la ecuación no linear (19), por ejemplo:

$$P_t = \kappa D_t + c D_t^{\lambda} + \mu_t \tag{32}$$

Como D_t y D_t^{λ} son las variables explicativas, los datos pueden ser colineares para $\lambda \to 1$. Por eso, fue necesario restringir uno de los dos coeficientes para estimar (32). Así, λ y κ fueron calculados de acuerdo con (11) y (13). Después, ellos testearon los residuos de la ecuación de largo plazo utilizando los modelos convencionales de raíz unitaria. Se rechaza la hipótesis que el residuo ajustado μ_t es I(1), entonces P_t , $D_t y D_t^{\lambda}$ deben ser no linearmente cointegradas, lo que indicaría la presencia de burbujas intrínsecas en el largo plazo.

Froot y Obstfeld (1991) también verificaron si el precio de la acción es función linear de los dividendos y también si la razón precio-dividendo κ es constante, como en la ecuación 18. Aquí, la hipótesis nula fue la ausencia de burbuja intrínseca. Ellos realizaron una regresión de la razón precio-dividendo contra una constante y los dividendos. Si apenas la constante fuese significativa, habría ausencia de burbuja. Si fuese verificada la relación no linear entre el precio y los dividendos ($c \neq 0$), esto sería señal de burbuja intrínseca. Para un c estadísticamente positivo, esto significaría que, con el aumento de los dividendos, el precio de la acción se volvería cada vez más sobrevalorizado en relación a su valor fundamental. Con la reducción de los dividendos, el componente relacionado a la burbuja sería reducido y el precio se aproximaría al de valor fundamental.

Una forma alternativa y más directa de testear el modelo es verificar la cointegración entre una transformación no linear de las series de los precios de las acciones y los dividendos (Ma y Kanas, 2004). Esta transformación para los precios de las acciones está dada por:

$$P_t^* = P_t - \bar{\kappa} D_t \tag{33}$$

Donde $\bar{\kappa}$ es el estimativo en el punto de κ , y P_t^* es la serie transformada de los precios de las acciones. La transformación para los dividendos es dada por:

$$P_t^* = cD_t^* + \varepsilon_t \tag{34}$$

La existencia de cointegración entre P_t^* y D_t^* significa que P_t , D_t y D_t^{λ} también son cointegrados, existiendo señal de burbuja intrínseca. Este procedimiento también puede ser considerado una cointegración no linear (Granger y Hallman, 1991).

2.3.4. Test de cotas de varianza

Este test fue iniciado por Shiller (1981) y Leroy y Porter (1981). El test de Shiller solo generaba estimaciones puntuales, por lo que la significancia estadística no podría ser testeada, mientras que Le Roy y Porter trabajan con un proceso bivariado a los precios y dividendos para construir así las estimaciones de las varianzas. Si se sigue a Shiller:

La hipótesis nula de este test implica la ausencia de burbujas o, lo que es lo mismo, la validez del modelo de valor presente, tal como:

$$P_{t} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{i} E_{t}(D_{t+i})$$
(35)

Entonces P_t^* , el precio racional ex-post puede ser definido como el valor presente de los dividendos actuales (a diferencia de los esperados). Por ejemplo:

$$P_t^* = \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^l D_{t+l} \tag{36}$$

Bajo expectativas racionales, la diferencia entre el valor actual de los dividendos y el esperado es una variable impredecible de media cero. Se define esta diferencia por ε_t ,

$$P_t^* = \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i \left[E_t(D_{t+i}) + \varepsilon_i\right] = P_t + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i \varepsilon_{t+i}$$
(37)

El test de las cotas de varianza se basa en la observación que, si ε_t no posee correlación con toda la información a la fecha t, incluyendo P_t (es decir $\text{Cov}(\varepsilon_t, P_t) = 0$) la varianza de P_t^* puede ser escrita como:

$$V(P_t^*) = V(P_t) + \varphi(\varepsilon_t) \ge V(P_t) \tag{38}$$

Donde φ es $\frac{1/(1+r)2}{1-(1/(1+r))2}$. La ecuación 38 asigna una cota superior a la varianza de los precios observados, bajo el supuesto que los precios se forman siguiendo (35). Los precios observados deberían ser como máximo tan variables como P_t^* ya que estos solo dependen de los dividendos y de la tasa de descuentos y no tienen la variación introducida por futuros errores de predicciones, los cuales si están incluidos en el precio ex-post. Si la cota de varianza se viola en los datos, esto será evidencia que los precios de las acciones no siguen a los fundamentos (ecuación 36).

La implementación de esta prueba es en la práctica más complicada que en la teoría porque P_t^* nunca es observado, ya que los valores de D_t al infinito no pueden ser verificados. Para aplicaciones empíricas, se asume un valor terminal P_T^* , donde T es hoy, el último dato, y se construye la serie P^* recursivamente usando los valores conocidos de los dividendos. Para el precio terminal, Shiller utiliza el promedio muestral de los precios reales sin tendencia.

El test de Shiller muestra que la volatilidad de los precios excede la cota de varianza en los expost precios racionales, dada una cierta magnitud. Aunque Shiller y Grossman y Shiller (1981) usaron esta evidencia como critica al modelo de valor presente en general, sin atribuir la alta volatilidad de los precios a posibles burbujas, otros autores, incluyendo Tirole (1985) y Blanchard y Watson (1982) han sugerido que esta alta varianza en los precios fue causada por burbujas.

Flavin (1983) demostró que en muestras pequeñas los tests de varianza tienden a estar sesgados a favor del rechazo de la hipótesis nula de eficiencia en los mercados. La explicación intuitiva es la siguiente: si las medias poblaciones de P_t^* y P_t fuesen conocidas "a priori", sería posible obtener estimaciones insesgadas tanto de $V(P_t^*)$ como de $V(P_t)$. Sin embargo, al realizar los tests de varianza no se conocen las medias poblacionales y, por lo tanto, las respectivas varianzas deben obtenerse utilizando las medias muestrales. Esto induce un sesgo en las varianzas muestrales, siendo dicho sesgo mayor para P^* que para P debido a que P^* está más autocorrelacionada que P. El efecto neto es, en consecuencia, el de crear un sesgo hacia el rechazo de la eficiencia.

El segundo de los problemas se refiere a las dificultades econométricas derivadas de la quita de la tendencia a las series no estacionarias. La relación $V(P_t^*) \ge V(P_t)$ se refiere a la distribución de las variables aleatorias P_t^* y P_t , las cuales solo son observadas una única vez. Sin embargo, una sola observación no provee información acerca de la varianza de una variable aleatoria. El procedimiento

usual para testear la relación anterior consiste en suponer que los precios y los dividendos son estacionarios alrededor de una tendencia. De esta manera, se le quita la tendencia a las series y las varianzas muestrales convergerán (a medida que el número de observaciones vaya creciendo) a las correspondientes varianzas poblacionales.

Mankiw, Romer y Schapiro (1985) desarrollaron un test que no requiere supuestos acerca de la estacionariedad de las series y que, además, no está expuesto a los problemas de muestra pequeña planteados por Flavin. El procedimiento consiste en contrastar las desigualdades de varianza utilizando momentos de segundo orden alrededor de cero, en lugar de hacerlo alrededor de la media muestral.

Blanchar y Watson (1982) utilizan la prueba inicial de Shiller en su investigación, sin embargo ellos distinguen entre una varianza condicional V_c e incondicional V_u :

$$V_{u} \equiv E(p - E(p))^{2} \tag{39}$$

$$V_c \equiv E(p - E(p|\Omega_{-1}))^2 \tag{40}$$

Si la acción está sujeta a una burbuja estocástica, su varianza incondicional es infinita, pero esto no sería el caso para la varianza condicional, por lo que esta última se puede analizar. Para construir una estimación de la cota superior de la varianza condicional, los autores estiman un modelo ARIMA univariado para los dividendos, luego utilizan tests Q y multiplicador de Lagrange para verificar que el modelo sea adecuado.

2.3.5. Test de 2 etapas de West

El test de West (1987) fue innovador ya que testea el modelo de valor presente y la presencia de burbujas secuencialmente. La intuición de West fue observar que, en ausencia de burbujas, la ecuación 5 que forma la base de la ausencia de arbitraje en los precios de las acciones puede ser estimada sin ningún problema, la cual provee información acerca de la tasa de descuento. Luego, si los dividendos pueden ser representados como un proceso autorregresivo, conociendo la tasa de descuento y los parámetros del proceso AR que rige a los dividendos provee suficiente información para definir la relación entre los dividendos y el precio fundamental de las acciones. La actual relación entre los precios de las acciones puede ser directamente estimada regresando el precio de las acciones y los dividendos. Bajo la hipótesis nula de ausencia de burbujas, la relación "actual" no debería diferencia de la "construida".

La agudeza de este método consiste que si las dos estimaciones difieren es posible afirmar que se podría deber entonces a una mala especificación del modelo o a la presencia de una burbuja. Aunque este modelo para detectar burbujas parece atractivo, posee algunos problemas para su implementación.

Como el modelo de precios se inicia a partir de una maximización del consumo, la ecuación de Euler que acarrea lleva a la estimación de la tasa de descuento, para esto el test se basa en estimar aquella ecuación como una regresión, esta se realiza por medio de variables instrumentales usando la historia pasada de los dividendos como instrumentos, a continuación se muestra la ecuación de Euler y su versión en regresión:

$$P_{t} = \left(\frac{1}{1+r}\right) E_{t} (P_{t+1} + d_{t+1} | \omega_{t})$$
(41)

$$P_t = \left(\frac{1}{1+r}\right)(P_{t+1} + d_{t+1}) + \mu_t \tag{42}$$

Se asume que los dividendos son exógenos y siguen un proceso AR(1) de la forma:

$$d_t = \phi d_{t-1} + \mu_t^{\ d} \tag{43}$$

La relación "actual" se puede obtener al regresar los precios de las acciones sobre los dividendos. El precio fundamental debería ser entonces:

$$p_t^f = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i E_t(d_{t+i}|\Omega_t) = \bar{\beta}d_t \tag{44}$$

$$p_t = \beta d_t + B_t \tag{45}$$

Por lo tanto bajo este test si $\bar{\beta}$ difiere de la estimación de β en la ecuación anterior que sería $\hat{\beta}$, entonces podría haber presencia de burbujas.

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

1. MODELO

Para detectar la presencia de burbujas en el mercado bursátil argentino se utilizará el modelo de Blanchard y Watson (1982) descripto en la sección 2.3.1y la posterior investigación de Diba y Grossman (1988). Luego se realizarán test de raíces unitarias para conocer el nivel de estacionariedad de las series de los dividendos y de los precios.

En el modelo el precio va a depender del valor presente esperado de los precios futuros y de los dividendos a entregar más un término de error.

Se tiene entonces lo siguiente como definición del modelo teórico:

$$P_{t} = \frac{E_{t}(P_{t+1} + \alpha D_{t+1} + \mu_{t+1})}{(1+r)} \tag{46}$$

Se considera que las primeras diferencias de las burbujas especulativas no son estacionarias y bajo el supuesto que las primeras diferencias de los dividendos son un proceso estacionario, se puede contrastar la hipótesis nula de existencia de una burbuja especulativa racional en el mercado, frente a la alternativa de ausencia de burbuja, sobre todo en el caso que esta se caracterice por una baja probabilidad de explotar. Si se sigue a Acosta Gonzales (2006) se pueden dividir las situaciones en tres escenarios, dependiendo del comportamiento de la variable no observable μ_{t+1}

En el primer escenario no es posible realizar el contraste debido a que la no estacionariedad de las primeras diferencia de la variable no observable μ_{t+1} viola el supuesto que las variables fundamentales no sea más estacionario que los dividendos. Por lo tanto, la no estacionariedad de las primeras diferencia de los precios es independiente de la existencia o no de burbuja en el mercado.

En el segundo escenario, si los precios tienen órdenes de integración superiores a uno no se puede rechazar la hipótesis nula de existencia de burbuja especulativa racional en el mercado. Sin embargo, si los precios son integrados de orden 1 se rechazaría esta hipótesis con lo se estaría en el escenario 2 o 3. A su vez, en este último caso (precios integrados de orden 1), si los precios y los

dividendos no están cointegrados uno se encontraría en el escenario 2, mientras que si están cointegrados se estaría en el escenario 3.

Tabla N°2 Escenarios

| Escenario 1 Sin Burbuja | | \Rightarrow | $P_t \sim I(>1)$ |
|-------------------------|-------------|---------------|--|
| $\mu_t \sim l (> 1)$ | Con Burbuja | \Rightarrow | $P_t \sim I(>1)$ |
| Escenario 2 | Sin Burbuja | \Rightarrow | $P_t \sim I(1) \text{ y } P_t, D \neq CI(1,1)$ |
| $\mu_t \sim I(1)$ | Con Burbuja | \Rightarrow | $P_t \sim I(>1)$ |
| Escenario 3 Sin Burbuja | | \Rightarrow | $P_t \sim I(1)$ y P_t , $D \sim CI(1,1)$ |
| $\mu_t \sim I(0)$ | Con Burbuja | \Rightarrow | $P_t \sim I(>1)$ |

Tras estas definiciones, en caso que exista burbuja, se puede separar al precio en dos partes: la burbuja y el precio fundamental, el cual se muestra en la próxima ecuación:

$$P_t^* = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t(D_{t+i})}{(1+r)^i}$$
(47)

Esta ecuación representa entonces el fundamento del precio representado por los dividendos a pagar, otro componente que se pudo haber utilizado como fundamento del precio podría haber sido el EBITDA (earnings before interest, taxes, depreciation and amortization – ganancias antes de intereses, impuestos, depreciaciones y amortizaciones) de cada firma, pero esta investigación sigue la dinámica de Diba y Grossman en la utilización de los dividendos como fundamentos.

El otro componente, la burbuja, ya fue definido en la ecuación 7, que es:

$$E_t(B_{t+i}) = (1+r)B_t$$

Por lo tanto, el precio corresponde a la suma de los fundamentos más un componente que representa la desviación que tiene este último con respecto al precio, el cual es la burbuja. Por lo tanto, si $B_t \neq 0$ se puede afirmar que el precio no está siguiendo a sus fundamentos.

$$P_t = P_t^* + B_t \tag{48}$$

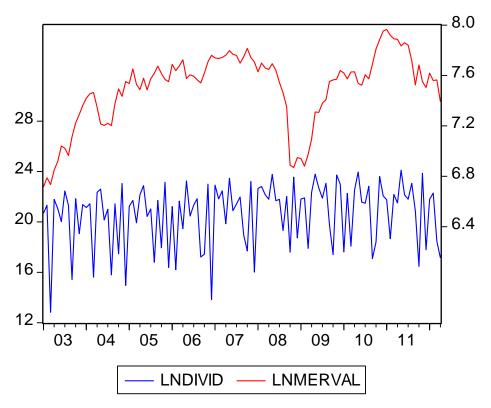
2. DATOS

La serie mensual de los dividendos fue creada a partir de los datos provistos por *Bolsar*, que pertenece a la Bolsa de Comercio de Buenos Aires, incluyendo 66 empresas cotizantes. Ya que

algunos dividendos son pagados en dólares, euros o reales, se usó el valor de referencia suministrado por el BCRA para convertir los datos en pesos⁴. Para identificar a los precios se utilizó el índice Merval, por considerarlo el más representativo. Esta serie también fue provista por *Bolsar*. Ambas series fueron deflactadas por el índice de precios al consumidor (IPC). El periodo analizado fue de enero del 2003 hasta abril del 2012. Se toma el logaritmo natural para suavizar las series, preservando su contenido informativo. En el anexo A se encuentran las series de los precios y los dividendos, los valores deflactados y sus dividendos. Si bien se conoce que los datos del INDEC no corresponderían a la verdadera medición de la inflación, afecta de igual manera a ambas series y en consecuencia no se ven muy alterados los resultados obtenidos.

En el gráfico N° 3 se encuentran las series de los precios de las acciones y sus dividendos.

Gráfico N° 3. Evolución temporal del logaritmo del Merval y el logaritmo de los dividendos



Fuente: Elaboración propia en base a Bolsar.

4

⁴En los meses de marzo del 2006 y septiembre del 2008 no se repartieron dividendos. Para evitar el inconveniente de tener valores de cero a la hora de tomar logaritmos, y teniendo en cuenta el carácter estacional de los dividendos, los valores de estos meses se han sustituido por los valores medios ponderados del mes del año anterior y del siguiente, consiguiendo de esta manera que la estructura de la evolución temporal de la serie quede prácticamente inalterada por estas incorporaciones. Concretamente $d_{03-2006}=1/2$ $d_{03-2006}=1/2$ $d_{09-2009}=1/2$ $d_{09-2009}=1/2$

En la tabla N° 3 se encuentran los principales estadísticos descriptivos de ambas series. La distribución del Merval es bastante simétrica, no así la de los dividendos que presentan una asimetría hacia el lado derecho y una elevada curtosis. En la serie de los dividendos se rechaza la normalidad cuando se utiliza el contaste de Jarque-Bera.

Tabla N°3 - Estadísticos descriptivos (enero 2003 a abril 2012)

| | Merval | Dividendos |
|-------------------|-----------|---------------|
| Media | 1.877,016 | 4.492.060.510 |
| Mediana | 1.938,531 | 2.014.316.695 |
| Desviación Típica | 475,606 | 6.919.661.343 |
| Asimetría | -0,401 | 2,654 |
| Curtosis | 2,689 | 7,745 |
| Jarque-Bera | 3.465394 | 173,867 |
| Probabilidad | 0.176807 | (0,00) |

3. PRUEBAS DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL

Si se sigue la investigación de Diba y Grossman (1988), el primer paso para analizar la estacionariedad de las series corresponde a realizar pruebas de autocorrelación parcial. Se realizaron estas pruebas para el logaritmo de los precios (p_t) y los dividendos (d_t) , tanto en niveles como en primeras diferencias hasta el retardo n° 12.

Tal como se puede observar en la tabla N° 4 el lento descenso que se produce en las autocorrelaciones simples para la serie de los precios es un síntoma de no estacionariedad. En cambio la diferencia de los precios sigue una tendencia que decrece rápidamente a medida que el número de rezagos aumenta. Este comportamiento indicaría que la serie de los precios (p_t) es integrada de orden 1.

Tabla N°4 - Coeficientes de autocorrelación del logaritmo del Merval y de su primera diferencia

| | Log(Merval) | | | $Log(Merval) \hspace{1cm} \Delta Log(Merval)$ | | |
|---------|-------------|-------------------------------|---------|---|------------------|---------|
| Retardo | Coeficiente | Estadístico Q ⁵ | p-valor | Coeficiente | Estadístico Q | p-valor |
| 1 | 0.917 | 96.830 | 0.000 | 0.114 | 1.4737 | 0.225 |
| 2 | 0.830 | 176.72 | 0.000 | 0.062 | 1.9117 | 0.384 |
| 3 | 0.731 | 239.37 | 0.000 | 0.154 | 4.6769 | 0.197 |
| 4 | 0.625 | 285.53 | 0.000 | 0.084 | 5.5022 | 0.240 |
| 5 | 0.517 | 317.47 | 0.000 | -0.063 | 5.9656 | 0.310 |
| 6 | 0.424 | 339.10 | 0.000 | -0.115 | 7.5319 | 0.274 |
| 7 | 0.332 | 352.53 | 0.000 | -0.067 | 8.0776 | 0.326 |
| 8 | 0.248 | 360.10 | 0.000 | -0.084 | 8.9404 | 0.347 |
| 9 | 0.177 | 363.96 | 0.000 | -0.025 | 9.0147 | 0.436 |
| 10 | 0.122 | 365.84 | 0.000 | -0.001 | 9.0149 | 0.531 |
| 11 | 0.085 | 366.75 | 0.000 | 0.029 | 9.1171 | 0.611 |
| 12 | 0.055 | 367.14 | 0.000 | -0.077 | 9.8719 | 0.627 |

Tabla $N^{\circ}5$ - Coeficientes de autocorrelación del logaritmo de los dividendos y de su primera diferencia

| | Log(dividendos) | | | ΔΙ | og(dividendo | s) |
|---------|-----------------|------------------|---------|-------------|------------------|---------|
| Retardo | Coeficiente | Estadístico Q | p-valor | Coeficiente | Estadístico Q | p-valor |
| 1 | -0.169 | 3.2779 | 0.070 | -0.534 | 32.459 | 0.000 |
| 2 | -0.079 | 4.0113 | 0.135 | -0.135 | 34.566 | 0.000 |
| 3 | 0.323 | 16.223 | 0.001 | 0.390 | 52.259 | 0.000 |
| 4 | -0.174 | 19.803 | 0.001 | -0.191 | 56.517 | 0.000 |
| 5 | -0.225 | 25.838 | 0.000 | -0.255 | 64.216 | 0.000 |
| 6 | 0.287 | 35.773 | 0.000 | 0.415 | 84.749 | 0.000 |
| 7 | -0.154 | 38.654 | 0.000 | -0.172 | 88.297 | 0.000 |
| 8 | -0.203 | 43.693 | 0.000 | -0.250 | 95.888 | 0.000 |
| 9 | 0.316 | 56.055 | 0.000 | 0.365 | 112.30 | 0.000 |
| 10 | 0.008 | 56.063 | 0.000 | -0.076 | 113.00 | 0.000 |
| 11 | -0.142 | 58.600 | 0.000 | -0.400 | 133.10 | 0.000 |
| 12 | 0.623 | 108.18 | 0.000 | 0.627 | 182.89 | 0.000 |

Cuando se realiza la misma prueba para los dividendos, los resultados mostrados en la tabla N° 5, no son del todo concluyentes. Por lo tanto, se procederá a realizar la prueba de Dickey Fuller Aumentada. En el anexo B se encuentra una explicación más detallada de la prueba.

34

⁵Bajo la hipótesis nula: $H_0: K_1 = K_2 = ... = K_r = 0$, (siendo K el coeficiente de autocorrelación simple y r el orden de retardo), el estadístico Q se distribuye con una χ^2_r [Ljung y Box(1979)].

4. PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS EN LOS DIVIDENDOS (d_t)

En el gráfico N° 3 se puede observar que la serie de los dividendos presenta cierto componente estacional. Tratar este componente de forma determinista mediante la utilización de variables dicotómicas estacionales sería un error en el caso de estar ante un proceso estacional integrado. Tal y como señalan Barsky y Miron (1989) y Abeysinghe (1994), provocaría efectos parecidos a los que se producen en las regresiones espurias cuando se trabaja con series no estacionarias en la componente regular. Además, la presencia de raíces unitarias en frecuencias estacionales puede provocar estimaciones inconsistentes de la relación de cointegración en la frecuencia cero, Engle y otros (1988). Para contrastar la existencia de raíces unitarias estacionales se aplica el contraste propuesto por Hyllebergy otros (1990) (conocido por la abreviatura HEGY). En el anexo B se explica el concepto de integración estacional, se detalla la prueba HEGY y se detallan los resultados completos de este test.

Tabla N°6- Prueba HEGY

| Hipótesis Nula | Estadístico | p-value |
|------------------------------|-------------|---------|
| $\pi_1 = 0$ | -0.698 | 0.10 |
| $\pi_2 = 0$ | -2.196 | 0.10 |
| $\pi_3 = \pi_4 = 0$ | 0.826 | 0.01 |
| $\pi_5 = \pi_6 = 0$ | 6.409 | 0.03 |
| $\pi_7 = \pi_8 = 0$ | 4.654 | 0.01 |
| $\pi_9 = \pi_{10} = 0$ | 4.613 | 0.01 |
| $\pi_{11} = \pi_{12} = 0$ | 2.620 | 0.01 |
| $\pi_2 = \dots \pi_{12} = 0$ | 3.225 | NA |
| $\pi_1 = \dots \pi_{12} = 0$ | 3.147 | NA |

Ahora bien, al analizar los resultados expuestos en la tabla N°6, al 5% de significancia no se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad a cero del parámetro π_1 y π_2 . En el resto de los contrastes a pares se rechaza la igualdad a cero de los parámetros. Por lo tanto, se puede aceptar que el logaritmo de los dividendos presenta dos raíces: una raíz unitaria no estacional y otra raíz bimensual. Por esta razón, se va a eliminar la estacionalidad diferenciando la serie y, luego, aplicar los contrastes para corroborar que la serie sea integrada de primer orden. Para eliminar la raíz bimensual es necesario realizar la siguiente diferenciación:

$$d_t^{(s)} = d_t + d_{t-1} (49)$$

Gráfico Nº 4 Logaritmo natural del índice Merval y de los dividendos desestacionalizados

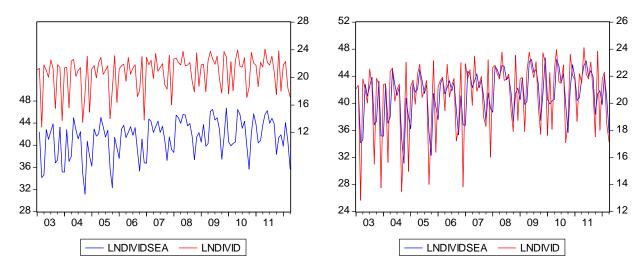


Tabla N°7 Contraste de raíces unitarias para el logaritmo de los dividendos desestacionalizados $(d_t^{(s)})$ y sus primeras diferencias $(\Delta d_t^{(s)})$

| Contraste | Parte | $d_t^{(s)}$ | | $\Delta d_t^{(s)}$ | |
|---------------|---------------------|-------------|------------------------|--------------------|------------------------|
| | Determinista | Estadístico | Valor crítico al 5% | Estadístico | Valor crítico al 5% |
| Augmented | Constante | -1.877 | -2.889 | -11.503 | -2.890 |
| Dickey-Fuller | Tendencia/constante | -1.839 | -3.455 | -11.585 | -3.455 |

A partir de los resultados presentados en la tabla N°7, se llega a la conclusión que $d_t^{(s)}$ es un proceso integrado de primer orden. Por lo tanto, existe una fuerte evidencia que la serie $\Delta d_t^{(s)}$ es estacionaria.

5. PRUEBAS DE RAICES UNITARIAS EN LOS PRECIOS (p_t)

Tal como se mencionó anteriormente, las pruebas de autocorrelacion parcial dan un indicio de no estacionariedad de la serie de los precios. En la tabla N° 9 se muestra la misma prueba que fue realizada para los dividendos.

Tabla N°8 Contraste de raíces unitarias para el logaritmo del Merval (p_t) y sus primeras diferencias (Δp_t)

| | Parte | | p_t | $\Delta oldsymbol{p_t}$ | | | |
|---------------|---------------------|-------------|------------------------|-------------------------|------------------------|--|--|
| Contraste | Determinista | Estadístico | Valor crítico al 5% | Estadístico | Valor crítico al 5% | | |
| Augmented | Constante | -2.887 | -2.826 | -9.083 | -2.887 | | |
| Dickey-Fuller | Tendencia/constante | -2.305 | -3.455 | -9.223 | -3.451 | | |

Se llega a la conclusión que la serie del logaritmo del Merval (p_t) es un proceso integrado de orden 1, tal y como ya se deducía observando las autocorrelaciones recogidas en la tabla N° 3. Por otro lado, se concluye que la serie Δp_t es un proceso estacionario.

6. PRUEBAS DE COINTEGRACIÓN ENGLE-GRANGER

Se obtuvieron unos resultados similares a los observados en la literatura. Tanto los precios como los dividendos resultaron ser integrados de primer orden. Eso lleva a posicionarse en el tercer escenario de la tabla N° 2 y es de esperar que a largo plazo exista una relación entre el logaritmo de los precios y el de los dividendos ante la ausencia de burbuja especulativa y un comportamiento estacionario de las variables no observables u_t

Desde el punto de vista económico se dice que dos o más series están cointegradas si las mismas se mueven conjuntamente a lo largo del tiempo y las diferencias entre ellas son estables (es decir estacionarias), aun cuando cada serie en particular contenga una tendencia estocástica y sea, por lo tanto, no estacionaria. La cointegración refleja la presencia de un equilibrio a largo plazo hacia el cual converge el sistema económico a lo largo del tiempo.

Desde el punto de vista econométrico dos series, por ejemplo x_t e y_t están cointegradas si los residuos de la combinación lineal entre estas series tienen media cero y varianza constante en el tiempo.

Una de las pruebas usadas habitualmente en la literatura para detectar la cointegración entre variables es la prueba de Engle y Granger (EG) (1987). Según Engle y Granger si x_t e y_t son las dos variables que componen el vector $z_t = (x_t, y_t)$, pero que existe una constante a tal que la diferencia

 $x_t - ay_t$ es I(d - b) para un b > 0. En tal caso, se dice que x_t e y_t están cointegradas de orden (d - b).

La prueba consiste en realizar una estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) entre las variables involucradas. Por ejemplo:

$$lnmerval_t = \alpha + \beta \ lndividsea_t + \mu_t \tag{50}$$

Donde una vez que se realiza la regresión, se recogen los residuos y se realiza una prueba de Dickey-Fuller aumentada⁶para contrastar que los residuos sean estacionarios.

Tabla N°9 Contraste de raíces unitarias para los residuos

| | Parte | residuos | | | |
|-------------------------|--------------|-------------|------------------------|--|--|
| Contraste | Determinista | Estadístico | Valor crítico al 5% | | |
| Augmented Dickey-Fuller | Ninguna | | -1.943 | | |

Dado que el valor del estadístico ADF es mayor en valor absoluto que el valor crítico al 5% se rechaza la hipótesis nula de no cointegración y se concluye que los residuos son estacionarios. Existe una relación estable a largo plazo, por lo que se dice que el Merval y los dividendos están cointegrados. Se sitúa con este resultado en el escenario 3 de la tabla N°2 y, por lo tanto, apoyan la idea que en el caso que existan otras variables fundamentales no observables u omitidas, estas deben ser estacionarias.

7. OBSERVACIONES ADICIONALES

Las pruebas de las secciones anteriores tenían como objetivo analizar la estacionariedad de las series y determinar si entre ambas cointegraban. A partir de las pruebas realizadas, la serie correspondiente al índice Merval resultó ser integrada de primer orden. Por otro lado, los dividendos, luego de ser desestacionalizados resultaron ser integrados de primer orden también.

_

⁶ Como se sigue a Diba y Grossman se asume en la prueba DFA no incluir ni tendencia ni drift.

Estos resultados son similares a la literatura, donde tanto la serie dividendos como la del Índice bursátil resultan ser integradas de primer orden. Es importante mencionar, que de haber llegado a un resultado distinto, no se podría haber afirmado que existe una burbuja. Tal resultado podría deberse tanto a la omisión de variables, problemas en la estimación o a la incorrecta especificación de los fundamentos para el precio.

Aunque nuestros resultados se basan en un período significativamente amplio como lo son casi 10 años, se cree preciso exponer algunos hechos recientes que con certeza modificaron y modifican el comportamiento de los agentes involucrados en el mercado de valores argentino. Desde abril del 2011 el Gobierno Nacional, por medio de la colocación de directores de la Anses en empresas líderes (en la actualidad son 43 directores en 31 empresas) influye en las decisiones de pago de dividendos de estas. Existe un marcado conflicto de intereses ya que en general tales empresas no desean pagar dividendos alegando que al no poder ajustar sus balances por inflación sus ganancias están sobrevaloradas y son necesarias para la amortización de bienes de capital. En cambio, el gobierno nacional precisa del pago de dividendos como un medio de financiamiento vía Anses justificando que la distribución de dividendos genera "mayor inversión". Lo que es claro, que estas notables desprolijidades institucionales alteraron las decisiones de los actores involucrados y no se consideraron en este modelo.

También es necesario recordar la crítica que Evans (1991) le hace al modelo de Diba y Grossman (1988) sobre el cual se ha basado esta investigación. Evans afirma que el contraste de estacionariedad e integración tiene dificultades al encontrar burbujas con alta probabilidad de explotar y son necesarios otros tipos de pruebas. Esta inquietud puede ser objeto de investigaciones posteriores.

Conclusiones

En este trabajo se investigó la presencia de burbujas racionales explosivas en el Índice Merval. En la primer parte, se mostró una recopilación de lo que la literatura internacional ha investigado acerca de las burbujas racionales, tanto en el campo empírico como en el experimental. Luego se presentaron los distintos modelos que dan origen a las burbujas y los diferentes test para contrastarlas.

En la segunda parte se buscó contrastar por medio de técnicas econométricas la presencia de un tipo especial de burbujas en el mercado argentino: las explosivas. Se comprobó que la primera diferencia del logaritmo de los dividendos y la primera diferencia del logaritmo de los precios son estacionarias, rechazando así la hipótesis nula de burbuja especulativa racional en el mercado.

También se encontró una relación de cointegración entre el logaritmo de los precios y de los dividendos. Se concluye así, que si existen variables fundamentales no observables que afecten a los precios, estas deberían tener un comportamiento estacionario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abeysinghe, T. (1994), Deterministic seasonal models and spurious regressions, *Journal of Econometrics*, n° 61, págs. 259-272.
- Acosta Gonzales, E. (2006), ¿Hay evidencia de burbujas especulativas racionales en el mercado de valores español?, Documentos de trabajo conjuntos: Facultades de Ciencias Económicas y Empresariales, nº 1.
- Barsky, R.B., Miron J.A. (1989), The seasonal cycle and the business cycle, *Journal of Political Economy*, n° 97, págs. 503-534.
- Blanchard, O. (1979), Speculative bubbles, crashes and rational expectations. *Economics Letter* $n^{\circ}3$, págs. 387–389.
- Blanchard, O., Watson, M. (1982), Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets, *National Bureau of economic research*.
- Bohl, M. T. (2003), Periodically collapsing bubbles in the US stock market?, *International Review of Economics and Finance*, n° 12, págs. 385–397.
- Caner, M., Hansen, B. E. (2001), Threshold autoregression with a unit root, *Econometrica*, n° 69, págs. 1555–1596.
- Ceballos, D. (2000), Relaciones en los mercados financieros: complejidad y arbitraje, *Document de Treball IAFI 1/00. Universitat de Barcelona*.
- Chan, K. S. (1993), Consistency and limiting distribution of the least squares estimator of a threshold autoregressive model, *The Annals of Statistics*, n° 21, págs. 520–533.
- Chan, K. S., Tong H. (1989), A survey of the statistical analysis of a univariate threshold autoregressive model, *Advances in Statistical Analysis and Statistical Computing: Theory and Applications*, págs. 1–42. JAI Press Inc., Greenwich.
- Diba, B.T., Grossman H.L. (1988), Explosive rational bubbles in stock prices, n° 78, págs. 520-530.
- Enders, W., Granger, W. J. (1998), Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates, *Journal of Business & Economic Statistics*, n° 16, págs. 304–311.

- Enders, W., Falk, B. (1998), Threshold-autoregressive, median-unbiased and cointegration tests of purchasing power parity, International Journal of Forecasting, n° 14, págs. 171–186.
- Enders, W., Siklos, P. (2001), Cointegration and threshold adjustment, *Journal of Business & Economic Statistics*, n° 19, págs. 166–176.
- Engle, R., Granger, C. L. (1987), Cointegration and error-correction: Representation, estimation and testing, *Econometrica*, *n*^o 55, págs. 251-276.
- Evans, G. (1991), Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices, *American Economic Review*, n^{o} 81,págs. 922-930.
- Flavin, M. (1983), Excess volatility in the financial markets: a reassessment of the empirical evidence, *Journal of Political Economy*, n° 91, págs. 929-956.
- Froot, K. Obstfeld, M. (1991), Intrinsic bubbles: The case of stock prices. *American Economic Review*, n^o 81, págs. 1189-1214.
- Guzmán, A., Trujillo, M. A. (2008), Burbujas en los precios de los activos financieros, *Pensamiento & Gestión*, nº 24, págs. 63-87.
- Gürkaynak, R. S. (2005), Econometric tests of asset price bubbles: taking stock, Finance and Economics Discussion Series, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.).
- Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger C. W. (1990), Seasonal integration and cointegration, *Journal of Econometrics*, n° 44, págs. 215-238.
- Kindleberger, C. (2005), Manias, panics and crashes: a history of financial crisis". Nueva York: Palgrave Macmillan.
- Mankiw, N., Gregory, D., Matthew S. (1985), An Unbiased Reexamination of Stock Market Volatility, *Journal of Finance*, n° 40, págs. 677-687
- Novales, A., (Ed.). (1993). Econometría. Madrid: Mc Graw-Hill
- Petruccelli, J. D., Woolford, S. W. (1984), A threshold AR(1) model. *Journal of Applied Probability*, n° 21, págs. 270–286.
- Ríos Concha, J. A. (2010), Testeando la presencia de burbujas especulativas en el mercado chileno (Seminario de título Ingeniero Comercial Mención Economía, Universidad de Chile).
- Schaller, H., Van Nordenden, S. (1997), Fads or bubbles?, Bank of Canada Working Paper 97-2.
- Simiano Nunes, M., Da Silva S. (2009), Bolhas racionais no índice Bovespa, *Revista Brasileira de Economia*, nº 63, págs. 119-134.Tirole, J. (1982), On the Possibility of Speculation under Rational Expectations, *Econometrica*, nº 50, págs. 1163-1182.

Tirole, J. (1985), Asset Bubbles and Overlapping Generations, *Econometrica*, no 53, págs.1499-1528.

Wu, G. (2002). Are there Speculative Bubbles in Stock Markets? Evidence from an Alternative Approach, *Michigan Business School*

Páginas WEB consultadas

http://www.bolsar.com/NET/Research/Indicadores/Dividendos.aspx. [abril 2012]

http://www.bolsar.com/NET/Research/Indicadores/Indices.aspx [abril 2012]

ANEXOS

ANEXO A

Cotización Índice Merval y Dividendos pagados

| Fecha | Dividendos | | | | Índice Merval | |
|--------|--------------------------|----------------|-------|---------|---------------|------|
| recha | Serie | Deflactados | Log. | Serie | Deflactados | Log. |
| ene-03 | 933.291.287 | 1.401.978.211 | 21,06 | 549,85 | 825,98 | 6,72 |
| feb-03 | Feb-03 1.225.865.899 1.8 | | 21,32 | 593,82 | 887,01 | 6,79 |
| mar-03 | 250.000 | 371.266 | 12,82 | 566,46 | 841,23 | 6,73 |
| abr-03 | 1.967.073.965 | 2.919.616.301 | 21,79 | 635,95 | 943,90 | 6,85 |
| may-03 | 925.961.654 | 1.379.643.683 | 21,04 | 678,31 | 1010,65 | 6,92 |
| jun-03 | 332.017.750 | 495.116.577 | 20,02 | 765,61 | 1141,70 | 7,04 |
| jul-03 | 4.087.528.430 | 6.068.516.872 | 22,52 | 755,34 | 1121,41 | 7,02 |
| ago-03 | 1.221.530.150 | 1.813.093.657 | 21,31 | 713,33 | 1058,78 | 6,96 |
| sep-03 | 3.616.040 | 5.365.092 | 15,49 | 827,69 | 1228,04 | 7,11 |
| oct-03 | 2.078.509.659 | 3.065.797.685 | 21,84 | 929,89 | 1371,59 | 7,22 |
| nov-03 | 1.386.849.773 | 2.040.568.262 | 21,43 | 996,56 | 1466,31 | 7,29 |
| dic-03 | 638.000 | 936.745 | 13,75 | 1071,95 | 1573,89 | 7,36 |
| ene-04 | 1.326.587.084 | 1.939.610.764 | 21,38 | 1140,81 | 1667,98 | 7,42 |
| feb-04 | 1.406.785.124 | 2.054.801.805 | 21,44 | 1183,14 | 1728,14 | 7,45 |
| mar-04 | 4.200.000 | 6.098.491 | 15,62 | 1201,66 | 1744,84 | 7,46 |
| abr-04 | 3.544.114.883 | 5.102.353.115 | 22,35 | 1077,93 | 1551,86 | 7,35 |
| may-04 | 4.611.518.833 | 6.590.906.449 | 22,60 | 952,62 | 1361,51 | 7,22 |
| jun-04 | 400.656.831 | 569.406.800 | 20,16 | 945,45 | 1343,66 | 7,20 |
| jul-04 | 937.273.695 | 1.325.926.668 | 21,00 | 966,10 | 1366,71 | 7,22 |
| ago-04 | 1.427.307.134 | 2.012.247.302 | 21,42 | 952,14 | 1342,35 | 7,20 |
| sep-04 | 510.000 | 714.512 | 13,47 | 1142,50 | 1600,65 | 7,38 |
| oct-04 | 33.852.113 | 47.239.967 | 17,67 | 1287,14 | 1796,18 | 7,49 |
| nov-04 | 7.371.424.282 | 10.286.449.882 | 23,05 | 1213,09 | 1692,81 | 7,43 |
| dic-04 | 2.284.800 | 3.161.889 | 14,96 | 1375,37 | 1903,35 | 7,55 |
| ene-05 | 1.228.707.461 | 1.675.488.088 | 21,23 | 1373,79 | 1873,33 | 7,54 |
| feb-05 | 1.983.900.713 | 2.679.932.881 | 21,70 | 1558,62 | 2105,45 | 7,65 |
| mar-05 | 340.246.423 | 452.622.074 | 19,93 | 1400,42 | 1862,95 | 7,53 |
| abr-05 | 3.151.337.821 | 4.171.697.479 | 22,15 | 1348,35 | 1784,93 | 7,49 |
| may-05 | 6.575.474.646 | 8.652.543.725 | 22,88 | 1485,55 | 1954,81 | 7,58 |
| jun-05 | 575.309.124 | 750.168.044 | 20,43 | 1367,41 | 1783,02 | 7,49 |
| jul-05 | 1.052.137.285 | 1.358.283.525 | 21,02 | 1507,59 | 1946,26 | 7,57 |

| | T | T | | 1 | 1 | |
|--------|----------------|----------------|-------|---------|---------|------|
| ago-05 | 2.044.732.676 | 2.628.218.126 | 21,69 | 1581,65 | 2032,99 | 7,62 |
| sep-05 | 952.952 | 1.210.805 | 14,00 | 1694,83 | 2153,42 | 7,67 |
| oct-05 | 70.303.457 | 88.633.817 | 18,30 | 1608,86 | 2028,34 | 7,61 |
| nov-05 | 9.033.695.906 | 11.253.310.030 | 23,14 | 1554,67 | 1936,66 | 7,57 |
| dic-05 | 10.600.000 | 13.059.076 | 16,38 | 1543,31 | 1901,34 | 7,55 |
| ene-06 | 1.351.356.376 | 1.643.881.866 | 21,22 | 1793,97 | 2182,31 | 7,69 |
| feb-06 | 2.164.028.425 | 2.622.079.491 | 21,68 | 1714,05 | 2076,86 | 7,64 |
| mar-06 | 2.781.461.918 | 3.330.063.188 | 21,92 | 1800,58 | 2155,72 | 7,68 |
| abr-06 | 238.266.781 | 282.513.812 | 19,45 | 1908,61 | 2263,05 | 7,72 |
| may-06 | 7.325.948.552 | 8.645.941.775 | 22,88 | 1653,72 | 1951,69 | 7,58 |
| jun-06 | 656.302.748 | 770.823.177 | 20,46 | 1711,09 | 2009,66 | 7,61 |
| jul-06 | 1.582.750.590 | 1.847.529.244 | 21,33 | 1701,58 | 1986,24 | 7,59 |
| ago-06 | 2.630.441.182 | 3.053.312.790 | 21,83 | 1662,84 | 1930,16 | 7,57 |
| sep-06 | 26.089.441 | 30.013.668 | 17,21 | 1637,27 | 1883,54 | 7,54 |
| oct-06 | 64.341.144 | 73.390.819 | 18,11 | 1781,68 | 2032,28 | 7,62 |
| | | 9.722.492.193 | | | | |
| nov-06 | 8.583.949.467 | | 22,99 | 1967,02 | 2227,92 | 7,71 |
| dic-06 | 900.000 | 1.009.421 | 13,82 | 2090,46 | 2344,62 | 7,76 |
| ene-07 | 8.113.297.426 | 8.996.781.355 | 22,92 | 2070,64 | 2296,12 | 7,74 |
| feb-07 | 2.738.582.274 | 3.027.730.541 | 21,83 | 2067,64 | 2285,95 | 7,73 |
| mar-07 | 5.222.677.413 | 5.730.389.964 | 22,46 | 2102,78 | 2307,20 | 7,74 |
| abr-07 | 383.289.663 | 417.435.921 | 19,85 | 2154,55 | 2346,49 | 7,76 |
| may-07 | 14.292.047.561 | 15.501.136.183 | 23,46 | 2243,03 | 2432,79 | 7,80 |
| jun-07 | 1.090.568.118 | 1.177.592.180 | 20,88 | 2190,87 | 2365,69 | 7,77 |
| jul-07 | 1.878.693.267 | 2.018.580.925 | 21,42 | 2180,25 | 2342,59 | 7,76 |
| ago-07 | 3.300.125.623 | 3.525.022.028 | 21,98 | 2062,08 | 2202,61 | 7,70 |
| sep-07 | 162.014.730 | 171.680.333 | 18,96 | 2187,97 | 2318,50 | 7,75 |
| oct-07 | 83.316.251 | 87.692.086 | 18,28 | 2351,44 | 2474,94 | 7,81 |
| nov-07 | 11.543.283.946 | 12.046.841.939 | 23,21 | 2207,16 | 2303,44 | 7,74 |
| dic-07 | 8.740.000 | 9.037.328 | 16,01 | 2151,73 | 2224,93 | 7,71 |
| ene-08 | 6.737.142.836 | 6.902.103.100 | 22,65 | 2007,27 | 2056,42 | 7,63 |
| feb-08 | 7.856.146.886 | 8.010.754.447 | 22,80 | 2162,20 | 2204,75 | 7,70 |
| mar-08 | 4.167.202.104 | 4.201.655.681 | 22,15 | 2103,72 | 2121,11 | 7,66 |
| abr-08 | 2.930.730.846 | 2.930.730.846 | 21,79 | 2095,53 | 2095,53 | 7,65 |
| may-08 | 21.175.909.672 | 21.057.984.956 | 23,77 | 2205,72 | 2193,44 | 7,69 |
| jun-08 | 2.651.463.079 | 2.620.022.805 | 21,68 | 2107,87 | 2082,88 | 7,64 |
| jul-08 | 2.944.601.087 | 2.899.085.446 | 21,78 | 1919,82 | 1890,14 | 7,54 |
| ago-08 | 4.291.463.111 | 4.205.255.376 | 22,16 | 1777,14 | 1741,44 | 7,46 |
| sep-08 | 288.260.972 | 281.038.288 | 19,45 | 1598,17 | 1558,13 | 7,35 |
| oct-08 | 62.264.227 | 60.444.837 | 17,91 | 1010,79 | 981,25 | 6,89 |
| nov-08 | 17.441.332.614 | 16.874.354.309 | 23,54 | 993,99 | 961,68 | 6,87 |
| dic-08 | 141.400.000 | 136.341.722 | 18,73 | 1079,66 | 1041,04 | 6,95 |
| ene-09 | 3.106.743.057 | 2.979.803.431 | 21,81 | 1077,09 | 1033,08 | 6,94 |
| feb-09 | 3.439.049.601 | 3.284.356.414 | 21,91 | 1019,29 | 973,44 | 6,88 |
| mar-09 | 63.017.673 | 59.800.411 | 17,90 | 1125,95 | 1068,47 | 6,97 |
| abr-09 | 5.367.423.174 | 5.076.537.571 | 22,34 | 1275,25 | 1206,14 | 7,10 |
| may-09 | 22.745.562.158 | 21.441.894.945 | 23,78 | 1587,21 | 1496,24 | 7,31 |
| jun-09 | 7.593.458.854 | 7.128.000.426 | 22,68 | 1587,97 | 1490,63 | 7,31 |
| J | | | , | . , , . | 1 | |

| jul-09 | 3.447.418.747 | 3.216.175.713 | 21,89 | 1719,87 | 1604,51 | 7,38 |
|--------|----------------|----------------|-------|---------|---------|------|
| ago-09 | 11.311.648.410 | 10.465.995.938 | 23,07 | 1781,89 | 1648,68 | 7,41 |
| sep-09 | 414.507.213 | 380.700.967 | 19,75 | 2075,14 | 1905,90 | 7,55 |
| oct-09 | 53.200.000 | 48.473.804 | 17,69 | 2115,76 | 1927,80 | 7,56 |
| nov-09 | 22.387.696.665 | 20.231.065.123 | 23,73 | 2147,25 | 1940,40 | 7,57 |
| dic-09 | 10.836.899.058 | 9.702.658.302 | 22,99 | 2320,73 | 2077,83 | 7,64 |
| ene-10 | 50.714.936 | 44.940.129 | 17,62 | 2298,55 | 2036,82 | 7,62 |
| feb-10 | 5.352.109.120 | 4.684.149.414 | 22,26 | 2221,38 | 1944,14 | 7,57 |
| mar-10 | 81.871.822 | 70.847.890 | 18,07 | 2373,71 | 2054,09 | 7,63 |
| abr-10 | 7.006.419.543 | 6.013.061.743 | 22,51 | 2396,27 | 2056,53 | 7,63 |
| may-10 | 29.788.694.220 | 25.375.836.289 | 23,95 | 2203,6 | 1877,16 | 7,54 |
| jun-10 | 2.767.754.809 | 2.340.596.033 | 21,57 | 2185,01 | 1847,79 | 7,52 |
| jul-10 | 2.545.854.171 | 2.135.783.701 | 21,48 | 2394,16 | 2008,52 | 7,61 |
| ago-10 | 9.973.931.859 | 8.306.072.501 | 22,84 | 2336,89 | 1946,11 | 7,57 |
| sep-10 | 31.912.225 | 26.384.642 | 17,08 | 2643,42 | 2185,55 | 7,69 |
| oct-10 | 142.360.000 | 116.717.226 | 18,57 | 3007,41 | 2465,70 | 7,81 |
| nov-10 | 22.171.699.972 | 18.046.312.854 | 23,61 | 3261,49 | 2654,64 | 7,88 |
| dic-10 | 4.745.838.176 | 3.830.687.042 | 22,06 | 3523,59 | 2844,13 | 7,95 |
| ene-11 | 3.499.298.856 | 2.804.150.057 | 21,75 | 3593,13 | 2879,34 | 7,97 |
| feb-11 | 160.297.500 | 127.513.722 | 18,66 | 3455,65 | 2748,91 | 7,92 |
| mar-11 | 5.477.855.237 | 4.321.097.450 | 22,18 | 3388,03 | 2672,58 | 7,89 |
| abr-11 | 2.779.495.232 | 2.174.368.483 | 21,50 | 3406,02 | 2664,49 | 7,89 |
| may-11 | 37.926.218.721 | 29.452.682.085 | 24,10 | 3250,91 | 2524,59 | 7,83 |
| jun-11 | 5.412.951.788 | 4.173.761.884 | 22,15 | 3360,64 | 2591,29 | 7,86 |
| jul-11 | 3.842.833.391 | 2.939.744.026 | 21,80 | 3321,85 | 2541,19 | 7,84 |
| ago-11 | 13.663.412.011 | 10.365.990.449 | 23,06 | 2964,79 | 2249,29 | 7,72 |
| sep-11 | 1.514.511.328 | 1.139.501.413 | 20,85 | 2463,63 | 1853,61 | 7,52 |
| oct-11 | 54.101.268 | 40.449.546 | 17,51 | 2905,54 | 2172,37 | 7,68 |
| nov-11 | 30.984.824.546 | 23.030.195.143 | 23,86 | 2562,85 | 1904,90 | 7,55 |
| dic-11 | 90.176.566 | 66.467.580 | 18,01 | 2462,63 | 1815,16 | 7,50 |
| ene-12 | 4.018.755.957 | 2.935.326.826 | 21,80 | 2787,17 | 2035,77 | 7,62 |
| feb-12 | 6.563.390.115 | 4.758.838.540 | 22,28 | 2648,22 | 1920,11 | 7,56 |
| mar-12 | 145.615.186 | 104.601.096 | 18,46 | 2683,99 | 1928,02 | 7,56 |
| abr-12 | 38.842.902 | 27.744.930 | 17,13 | 2271,86 | 1622,76 | 7,39 |

ANEXO B – Anexos econométricos

1. Integración estacional y prueba de HEGY

a) Definición de integración estacional

En general se afirmará que una serie de tiempo y_t es integrada de orden $d(y_t \sim I(d))$ si es necesario diferenciar (integrar) a la serie original d veces. Por ejemplo, si z_t es integrada de orden uno $(z_t \sim I(d))$, entonces $\Delta z_t = z_t - z_{t-1}$ será una serie estacionaria.

Por otro lado, cuando se consideran series de tiempo con una frecuencia mayor a un año, entonces aparece la necesidad de definir el término integración estacional. Engle y otros (1989) propone la siguiente definición:

Una serie y_t que tiene una frecuencia de s períodos en un año, será integrada de orden d_0 y d_s $(y_t \sim SI(d_0, d_s))$ si $y_t = \Delta^{d_0}[S(L)]^{d_s}y_t$ es estacionario, donde el polinomio S(L) se define como $S(L) = 1 + L + L^2 + \ldots + L^{s-1}$ y L representa el polinomio de rezagos.

Es importante mencionar que $\Delta_s = 1 - L^s$ lo cual equivale a $\Delta_s = (1 - L)(1 + L + L^2 + ... + Ls - 1 = \Delta S(L))$.

b) La prueba de HEGY y muestras mensuales

Franses (1991a) y Franses (1991b) extiende la prueba de HEGY trimestral a datos mensuales. En este anexo solo se describirá brevemente esta prueba, las diferentes hipótesis nulas y los resultados de la prueba empleando el software R.

La prueba de HEGY para datos mensuales implicará estimar el siguiente modelo:

$$y_{13t} = u_t + \sum_{j=1}^{12} \pi_1 y_{j,t-1} + \sum_{i=1}^{p} y_{13t-i} + \varepsilon_t$$
 (51)

Si se parte de (51) se pueden comprobar las siguientes hipótesis nulas:

 H_a : $\pi_1 = 0$ (raíz unitaria no estacional)

```
H_b: \pi_2=0 (raíz unitariabimensual) 

H_c: \pi_3=\pi_4(raíz unitaria para períodos de cuatro meses) 

H_d: \pi_5=\pi_6(raíz unitaria trimestral) 

H_d: \pi_7=\pi_8(raíz unitaria semestral) 

H_d: \pi_9=\pi_{10}(raíz unitaria de la frecuencia 5\pi/6) 

H_d: \pi_{11}=\pi_{12}(raíz unitaria anual) 

H_h: \pi_2=\pi_3=\cdots=0 (están presentes todas las raíces unitarias estacionales)
```

 H_i : $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \cdots = 0$ (están presentes todas las raíces unitarias tanto la no estacional como las estacionales)

c) Comandos en R-Project

```
>library(uroot)
>lndivid<-read.table(file="lndivid.txt")</pre>
>lndividt =ts(lndivid,frequency=12,start=c(2003,1),end=c(2012,4))
>plot.ts(lndividt, ylab="dividendos", xlab="mes")
>HEGY.test(lndividt, itsd=c(1,1,1), selectlags=list(mode="aic",
Pmax=NULL) )
 ----
HEGY test
Null hypothesis: Unit root.
Alternative hypothesis: Stationarity.
 HEGY statistics:
                          p-value
             Stat
tpi 1
                 -0.698
                                0.10
tp1 2
                -2.196
                                0.10
Fpi 3:4
                 0.826
                               0.01
Fpi 5:6
                6.409
                               0.03
Fpi 7:8
                 4.654
                               0.01
Fpi 9:10
                 4.613
                               0.01
Fpi 11:12
                2.620
                               0.01
Fpi 2:12
                 3.225
                                NA
Fpi 1:12
                 3.147
                                NA
Lagorders: 1 3 5 8 9 15 19 20
> heg1<-HEGY.test(lndividt, itsd=c(1,1,1),</pre>
selectlags=list(mode="aic", Pmax=NULL))
Hubo 11 avisos (use warnings() para verlos)
>summary(heq1)
     _____
      HEGY test
```

Deterministic regressors estimates:

EstimateStd. Error t value Pr(>|t|)
Intercept 11.278 15.052 0.749 0.457
Trend -0.001 0.016 -0.061 0.952
SDummy 2.130 0.872 2.443 0.018

HEGY regressors estimates:

| | Estimate | Std. | Value | Pr(> t) |
|-------|----------|-------|--------|----------|
| | | Error | | |
| Ypi1 | -0.045 | 0.064 | -0.698 | 0.100 |
| Ypi2 | -0.050 | 0.023 | -2.196 | 0.100 |
| Ypi3 | -0.055 | 0.043 | -1.279 | 0.100 |
| Ypi4 | -0.007 | 0.043 | -0.157 | 0.457 |
| Ypi5 | -0.033 | 0.020 | -1.642 | 0.100 |
| Ypi6 | 0.075 | 0.024 | 3.069 | 0.990 |
| Ypi7 | -0.120 | 0.042 | -2.860 | 0.100 |
| Ypi8 | 0.045 | 0.041 | 1.094 | 0.802 |
| Ypi9 | -0.101 | 0.034 | -2.967 | 0.097 |
| Ypi10 | 0.037 | 0.035 | 1.048 | 0.789 |
| Ypi11 | -0.019 | 0.028 | -0.665 | 0.100 |
| Ypi12 | -0.065 | 0.032 | -2.069 | 0.033 |

Selectedlagsestimates:

| | Estimate | Std. | Value | Pr(> t) |
|--------|----------|-------|--------|----------|
| | | Error | | |
| Lag.1 | -0.311 | 0.116 | -2.680 | 0.010 |
| Lag.3 | -0.273 | 0.117 | -2.327 | 0.024 |
| Lag.5 | 0.244 | 0.127 | 1.923 | 0.059 |
| Lag.8 | 0.167 | 0.129 | 1.299 | 0.100 |
| Lag.9 | -0.407 | 0.136 | -3.000 | 0.004 |
| Lag.15 | -0.191 | 0.134 | -1.434 | 0.157 |
| Lag.19 | 0.416 | 0.132 | 3.153 | 0.003 |
| Lag.20 | 0.036 | 0.134 | 0.266 | 0.791 |

>lndividsea<-lndividt+lag(lndividt,-1) >show(lndividsea)

| | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Sep | Oct | Nov | Dic |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2003 | | 42,38 | 34,15 | 34,61 | 42,84 | 41,06 | 42,54 | 43,84 | 36,81 | 37,33 | 43,28 | 35,18 |
| 2004 | 35,13 | 42,82 | 37,06 | 37,97 | 44,96 | 42,76 | 41,16 | 42,42 | 34,90 | 31,15 | 40,72 | 38,02 |
| 2005 | 36,20 | 42,94 | 41,64 | 42,08 | 45,03 | 43,31 | 41,46 | 42,71 | 35,69 | 32,30 | 41,44 | 39,52 |
| 2006 | 37,60 | 42,90 | 43,61 | 41,38 | 42,34 | 43,34 | 41,80 | 43,17 | 39,05 | 35,32 | 41,10 | 36,82 |
| 2007 | 36,74 | 44,75 | 44,30 | 42,31 | 43,31 | 44,35 | 42,31 | 43,40 | 40,94 | 37,25 | 41,50 | 39,22 |
| 2008 | 38,67 | 45,45 | 44,96 | 43,95 | 45,56 | 45,45 | 43,47 | 43,94 | 41,61 | 37,37 | 41,46 | 42,28 |
| 2009 | 40,54 | 43,72 | 39,81 | 40,25 | 46,13 | 46,47 | 44,57 | 44,96 | 42,82 | 37,45 | 41,42 | 46,72 |

```
2010 40,61 39,88 40,34 40,59 46,47 45,53 43,05 44,32 39,92 35,66 42,19 45,68 2011 43,82 40,41 40,85 43,68 45,60 46,25 43,95 44,86 43,91 38,36 41,37 41,87 2012 39,81 44,08 40,74 35,60
```

2. Prueba Dickey Fuller aumentada

En la prueba original de Dickey-Fuller (DF) se supone que el término error ε_t no está correlacionado. Por lo que Dickey-Fuller y otros modificaron la prueba original, con el fin que ε_t no sea ruido blanco.

Para esto consideraron que la serie de tiempo se puede representar como un proceso autorregresivo de orden p.

$$Y_{t} = \alpha + \beta_{1} Y_{t-1} + \beta_{2} Y_{t-2} + \dots + \beta_{p} Y_{t-p} + \varepsilon_{t}$$
(52)

Cuando se extrae el término de $\beta_p Y_{t-p}$ queda:

$$\Delta Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \psi_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$
 (53)

Donde:

$$\phi = -(1 - \sum_{i=1}^{p} \beta_i) y \beta_i = \sum_{i=1}^{p} \beta_i$$
(54)

El número de rezagos óptimo para el modelo se termina de manera empírica, siendo la idea de incluir los términos suficientes para que el error del modelo no esté seriamente relacionado.

De la ecuación 53, se desprenden tres modelos de serie de tiempo que son: El paseo aleatorio (random walks), el paseo aleatorio con intercepto (drift) y el paseo aleatorio con intercepto y tendencia (componente determinístico)

Paseo aleatorio puro:

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \psi_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$
 (55)

Paseo aleatorio con drift:

$$\Delta Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \psi_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$
 (56)

Paseo aleatorio con drift y tendencia

$$\Delta Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \psi_i \Delta Y_{t-i+1} + \delta t + \varepsilon_t$$
 (57)

El elemento a tomar en cuenta son los valores de MacKinnon (que no evalúa la típica prueba t, porque bajo la hipótesis nula, el estadístico $\frac{\hat{\phi}}{\sigma_{\hat{\phi}}}$ no presenta una distribución t conocida), que resultan más generales que los valores de la tabla de Dickey-Fuller. Si se utiliza el modelo general, la hipótesis nula es $\phi=0$, que afirma la presencia de una raíz unitaria en la serie. Si se rechaza la hipótesis nula se concluye que dicha seria no presenta raíz unitaria.

DECLARACION JURADA - Res. 212/99-CD

"El autor de este trabajo declara que fue elaborado sin utilizar ningún otro material que no haya dado a conocer en las referencias, que nunca fue presentado para su evaluación en carreras universitarias y que no transgredí o afecta derecho de terceros".

Mendoza, 27de 2005 todel 2012

Alberto C. Tomelín

Apellido y Nombre

25504

Nº de Registro